

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

KACIELI DE LIMA SILVA

Poliedros de Platão via história da Matemática: uma proposta de
caderno de atividades para o professor

Rio Tinto – PB
2016

KACIELI DE LIMA SILVA

Poliedros de Platão via história da Matemática: uma proposta de
caderno de atividades para o professor

Trabalho de conclusão de curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Cristiane Borges Angelo

Rio Tinto – PB
2016

S586p

Silva, Kacieli de Lima.

Poliedro de Platão via história da matemática: uma proposta de caderno de atividades para o professor. / Kacieli de Lima Silva. – Rio Tinto: [s.n.], 2016. 81f. : il.

Orientador (a): Profa. Dra. Cristiane Borges Angelo.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Geometria. 2. Poliedro - geometria. 3. Matemática - estudo e ensino.

UFPB/BS-CCAE

CDU: 514(043.2)

KACIELI DE LIMA SILVA

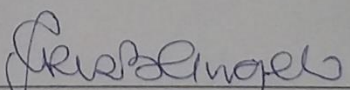
**Poliedros de Platão via história da matemática: uma proposta de
caderno de atividades para o professor**

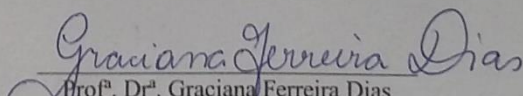
Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial do título de Licenciado em Matemática.

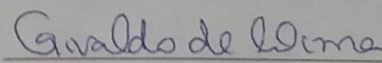
Orientador (a): Prof^ª. Dr^ª. Cristiane Borges Angelo

Aprovado em: 23 / 11 / 2016

COMISSÃO EXAMINADORA


Prof^ª. Dr^ª. Cristiane Borges Angelo (Orientadora)
UFPB/ Departamento Ciências Exatas


Prof^ª. Dr^ª. Graciana Ferreira Dias
UFPB/ Departamento Ciências Exatas


Prof^º. Ms. Givaldo de Lima
UFPB/ Departamento Ciências Exatas

*Dedico este trabalho a minha mãe Analice de Lima Silva (in memoriam).
Também dedico a minha Vó Maria, irmã Ana Paula e ao meu amor Roberto
Alexandre que sempre me apoiaram, incentivaram e acreditaram
incondicionalmente na minha capacidade de concluir o curso de
Licenciatura em Matemática.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por ter me dado força para não desistir em momentos turbulentos, a enfrentar os desafios e sobretudo a continuar na caminhada.

Agradeço incondicionalmente a minha avó “mãe” Maria de Lima Silva, que sempre cuidou, apoiou, incentivou e esteve comigo nos momentos mais importantes da minha vida.

A minha irmã Ana Paula de Lima Silva, que mesmo distante esteve presente me dando força, entusiasmo, e, contudo, esperança para que dias melhores estivessem por vim.

Ao meu noivo Roberto Alexandre, que sempre me deu força, motivou e acreditou incondicionalmente na minha capacidade de concluir o curso de Licenciatura em Matemática.

Aos meus amigos do curso de Licenciatura em Matemática, Anne de Souza, Danieli Apolinário, Dayanne, Débora, Glauciely, Cosmo, Júlio Cesar, Maria de Fátima, Marilene, Vivianne, Ubiratan e Wanderson. Que estiveram diretamente nessa caminhada, dividindo momentos bons, ruins e sobretudo as conquistas durante o curso. Agradeço a Deus por ter colocado pessoas tão lindas por dentro e por fora perto de mim, cada um de vocês levarei comigo para onde for, muito obrigada.

A professora e amiga Jussara Paiva. Professora por ter tido paciência durante os três anos de projeto, por ter sido generosa, por ter ajudado em diversas vezes na elaboração de artigos acadêmicos, e sobretudo por ter sido umas das grandes mulheres que me fizeram crescer profissionalmente. Amiga, por ter me escutado várias vezes, por ter me dado conselhos e, contudo, por fazer parte diretamente e indiretamente dessa jornada. Sou muito grata a Deus por ter colocado em minha vida pessoas especiais como você. Muito obrigada!

Um agradecimento especial a professora e orientadora Cristiane Angelo, por ter feito parte dessa jornada, pela sua orientação do TCC, por ter depositado sua confiança, por ter tido paciência e generosidade. Você é uma mulher incrível, doce, meiga, gentil. Sou grata a Deus por ter colocado em minha vida pessoas especiais como você. Muito obrigada!

Aos professores do curso, Andréa Dantas, Cibeli Assis, Cristiane Souza, Elias, Graciana Dias, Givaldo de Lima, Hélio Pires, Jamilson, Penha Caetano e os demais, que contribuíram de forma significativa para a minha formação.

A todos, o meu muito obrigada!

“A humildade exprime, uma das raras certezas de que
estou certo: a de que ninguém é superior a ninguém.”

Paulo Freire

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo geral elaborar e discutir uma sequência didática que apresentasse os Poliedros de Platão por via da história da Matemática. Para tal, elencamos como objetivos específicos: selecionar os livros didáticos de Ensino Médio, utilizados no município de Rio Tinto e aprovados no PNLD, que abordem o conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão; verificar a presença da História da Matemática no conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão; realizar consultas em livros, sites e revistas a fim de subsidiar bibliograficamente a proposta do caderno de Atividades; apresentar a História da Matemática em conjunto com outras perspectivas metodológicas para o ensino de Matemática, tais como: materiais concretos, tecnologias e softwares. Para fundamentar este trabalho nos embasamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), e autores como Mendes (2001), D’Ambrósio (1999), Romanato (2009), Boyer (2010), Gil (2002), Lorenzato (1995), Jankvist (2009), Gérard e Roegiers (1998), e Sebastiani Ferreira (1998), dentre outros. Foi uma pesquisa bibliográfica e documental. Constatamos que a história da matemática é pouco abordada no livro didático analisado, restringindo-se somente a mostrar alguns momentos “curiosidades” sobre a vida de matemáticos famosos e que era possível construir um Caderno de atividades para o professor de Matemática, utilizando a história da Matemática no ensino dos Poliedros de Platão conjuntamente com outras estratégias metodológicas de ensino. Recomendamos que essa pesquisa desencadeie pesquisas futuras que objetivem validar as atividades propostas nesse trabalho em cursos de formação com professores e junto a alunos do Ensino Médio.

Palavras-chave: Poliedros de Platão. História da Matemática. Livro Didático. Ensino Médio.

ABSTRACT

This work had as general objective to elaborate and to discuss a didactic sequence that presented the Platonic Solids through the history of Mathematics. To this end, we set out specific objectives: select the didactic textbooks of High School, used in the city of Rio Tinto and approved in the PNLD, that address the content related to Platonic Solids; verifying the presence of the History of Mathematics in the content related to Platonic Solids; Conduct consultations in books, websites and magazines in order to bibliographically subside the proposal of the activity book; to present the History of Mathematics together with other methodological perspectives for the teaching of Mathematics, such as: concrete materials, technologies and software. In order to justify this work, we are based on the Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), and authors such as Mendes (2001), D'Ambrósio (1999), Romanato (2009), Boyer (2010), Gil (2002), Lorenzato (1995), Jankvist (2009), Gérard and Roegiers (1998), and Sebastiani Ferreira (1998), among others. It was a bibliographical and documentary research. We verified that the history of mathematics was barely discussed in the didactic textbook, restricting yourself to show only some "curiosities" moments about the life of famous mathematicians and that it was possible to write a Notebook of activities for the teacher of Mathematics, using the history of Mathematics in the teaching of Platonic Solids in conjunction with other methodological teaching strategies. We recommend that this research initiate future research that aims to validate the activities proposed in this work in training courses with teachers and together with high school students.

Keywords: Platonic Solids. History of Mathematics. Didactic Textbook. High school.

Lista de Figura

Figura 01: Elementos e Sólidos regulares.....	26
Figura 02: Os cinco Sólidos de Platão associados aos elementos da natureza.....	27
Figura 03: O Tetraedro em 3D e planificado.....	28
Figura 04: OHexaedro(Cubo) em 3D e planificado.....	28
Figura 05: O Octaedro em 3D e planificado.....	29
Figura 06: O Icosaedro em 3D e planificado.....	30
Figura 07: O Dodecaedro em 3D e planificado.....	30
Figura 08: Introdução ao conteúdo de Poliedros.....	34
Figura 09: Classificação de alguns Poliedros.....	35
Figura 10: Recorte sobre a contribuição do matemático Kepler para a matemática.....	36
Figura 11: Recorte da História do matemático suíço Leonhard Euler.....	37
Figura 12: Exemplos de poliedros mostrando os valores dos seus respectivos elementos.....	37
Figura 13: Recorte da vida e obra do filósofo grego Platão.....	38
Figura 14: Exemplos de poliedros regulares.....	38
Figura 15 Planificação do Tetraedro.....	45
Figura 16: Planificação do Hexaedro(Cubo).....	46
Figura 17: Planificação do Octaedro.....	46
Figura 18: Planificação do Dodecaedro.....	47
Figura 19: Planificação do Icosaedro.....	47
Figura 20: Construção do Tetraedro por meio de canudos.....	53
Figura 21: Construção do Octaedro por meio de canudos.....	53
Figura 22: Construção do Hexaedro(Cubo) por meio de canudos.....	54
Figura 23: Construção do Icosaedro por meio de canudos.....	54
Figura 24: Dodecaedro por meio de canudos.....	55
Figura 25: A interface do Software Poly.....	56
Figura 26: Sólido em 3D por meio do Software Poly.....	56
Figura 27: Sólido Planificado por meio do Software Poly.....	57
Figura 28: Platão.....	58
Figura 29: Construção dos Sólidos Platônicos.....	60
Figura 30: Dobras de Papel.....	64

Figura 31: Dobras de Papel.....	65
Figura 32: Dobras de Papel.....	65
Figura 33: Dobras de Papel.....	66
Figura 34: Dobras de Papel.....	66
Figura 35: Dobras de Papel.....	67
Figura 36: Dobras de Papel.....	67
Figura 37: Dobras de Papel.....	68
Figura 38: Dobras de Papel.....	68
Figura 39: Dobras de Papel.....	68
Figura 40: Dobras de Papel.....	69
Figura 41: Dobras de Papel.....	69
Figura 42: Dobras de Papel.....	69
Figura 43: Dobras de Papel.....	70
Figura 44: Dobras de Papel.....	70
Figura 45: Dobras de Papel.....	71
Figura 46: Dobras de Papel	71
Figura 47: Dobras de Papel.....	71
Figura 48: Dobras de Papel.....	72
Figura 49: Dobras de Papel.....	72
Figura 50: Dobras de Papel.....	72
Figura 51: Dobras de Papel.....	73
Figura 52: Dobras de Papel.....	73
Figura 53: Dobras de Papel.....	73
Figura 54: Dobras de Papel.....	74
Figura 55: Dobras de Papel.....	74

Sumário

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	Apresentação do tema e estrutura da monografia.....	13
1.2	Memorial e Justificativa.....	14
1.2.1	Memorial.....	14
1.2.2	Justificativa.....	19
1.3	Questões da pesquisa.....	20
1.4	Objetivos.....	20
1.4.1	Objetivo Geral.....	20
1.4.2	Objetivos específicos.....	20
1.5	Os pressupostos metodológicos da pesquisa: Tipo de pesquisa e instrumento utilizado.....	21
2	LIVRO DIDÁTICO, HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E POLIEDROS DE PLATÃO.....	22
2.1	O livro didático e o ensino de Matemática.....	22
2.2	A História da Matemática como possibilidade metodológica.....	24
2.3	Considerações sobre os Poliedros de Platão.....	26
3	A PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	35
3.1	A abordagem dos poliedros de Platão nos livros didáticos.....	35
3.2	Porque uma proposta didática envolvendo sólidos de Platão via história da matemática?.....	41
3.3	Caderno de atividades para o professor de Matemática: explorando os Sólidos de Platão.....	36
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	79
	REFERÊNCIA.....	79

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do tema e estrutura da monografia

O presente trabalho tem como tema os Poliedros de Platão via história da Matemática. Nosso intuito é apresentar uma proposta de caderno de atividades para o professor que aborde o conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão, via história da Matemática, juntamente com outros recursos metodológicos, tais como: materiais concretos, vídeos, software e jogos. Nesse sentido, visamos diminuir as lacunas enfrentadas no ensino aprendizagem da Matemática, bem como objetivamos apresentar uma sequência de atividades que, normalmente, não é apresentada em livros didáticos.

Para construir o caderno de atividades, primeiramente realizamos uma pesquisa bibliográfica, tanto para analisar a contribuição que a História da Matemática possa vir contribuir para educação matemática como também sobre o conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Em seguida verificamos nos livros didáticos aprovados no PNLD, se o conteúdo de Poliedros, especificamente Poliedros de Platão, era apresentado via da História da Matemática. Para isso, optamos em analisar os livros didáticos utilizados na rede estadual do município de Rio Tinto – PB, já que é tarefa do estado oferecer a etapa da Educação Básica referente ao Ensino Médio. Vale salientar que nossa escolha por analisar livros didáticos do Ensino Médio, deveu-se ao fato de que o conteúdo relativo aos Poliedros de Platão é abordado nessa etapa de ensino.

Nesse sentido, o presente trabalho foi dividido em três capítulos. No primeiro capítulo, de caráter introdutório, apresentamos nosso memorial acadêmico, bem como a justificativa, baseada em nossas experiências no Curso de Licenciatura em Matemática. Além disso, apresentamos as questões da pesquisa, os objetivos e os pressupostos metodológicos do presente estudo.

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico por nós adotado e aborda questões relacionadas ao livro didático e o ensino de Matemática, à História da Matemática como possibilidade metodológica, além de fazer considerações sobre os Poliedros de Platão, objeto desse estudo.

No terceiro capítulo apresentamos nossa análise do livro didático, à luz da abordagem apresentada acerca dos Poliedros de Platão e apresentamos uma proposta didática envolvendo esses sólidos, via história da Matemática.

Por fim, apresentamos nossas considerações finais sobre o trabalho, retomando os objetivos, as questões de pesquisa e refletindo sobre futuros encaminhamentos que podem ser gerados a partir do presente estudo.

1.2 Memorial e Justificativa

1.2.1 Memorial

Inicie meus estudos numa escola pública do município de Mamanguape – PB, no qual estudei até a 5ª série (atual 6º ano), pois era residente do município. Porém, com o falecimento da minha mãe, minha família mudou-se para o município de Rio Tinto – PB, local em que conclui o restante do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, ambos em escola pública.

Ingressei na Universidade Federal da Paraíba em agosto de 2011 por meio do Programa Seletivo Seriado (PSS), escolhendo o Curso de Licenciatura em Matemática como primeira opção por dois motivos: identificação com a área das exatas e falta de professores de Matemática na região, o que me levaria a conseguir emprego rápido.

No primeiro dia de aula tivemos uma recepção muito acolhedora pela coordenação e por alguns docentes do curso. Na ocasião foi apresentada a carga horária e a composição curricular do curso, bem como foi exposta a necessidade de nós, alunos, participarmos de eventos locais, regionais, nacionais e/ou internacionais e de oficinas ofertadas pelos alunos da própria instituição, como forma de enriquecermos nossa formação inicial e de cumprirmos a exigência da carga-horária dos Conteúdos Complementares Flexíveis, contidos na estrutura curricular do curso. Também nos foi apresentado alguns projetos, tais como: Monitoria, PIBID - Programa de Iniciação à Docência, PIBIC - Programa de Iniciação à Pesquisa, PROLICEN - Programa de Licenciatura e foi ressaltada a importância da participação do aluno da licenciatura em tais projetos acadêmicos.

O primeiro período do curso foi uma fase de muitas descobertas, reencontros e construções de amizades. Reencontrei amigas que estudavam comigo na infância e que, a partir daquele momento, estariam novamente em minha vida. Construí amizades, ter um grupo de amigos(as) para estudar e ter também um ombro para chorar em momentos difíceis me fazem ser grata à Deus, por ter colocado em meu caminho pessoas que me deram força e ainda dão para que eu continue a caminhada.

Também descobri uma Matemática até então inexistente, pois só conhecia aritmética e um pouco da álgebra. As disciplinas em que tive mais dificuldades durante o primeiro período foram Matemática para o Ensino Básico II e Cálculo Diferencial e Integral I, pois a metodologia dessas

disciplinas contemplava tanto cálculos desconhecidos, quanto a resolução de problemas, e uma das minhas maiores dificuldades era a interpretação dos problemas. Diante das dificuldades, fui reprovada nas duas disciplinas supracitadas, o que me deixou desmotivada e com vontade de abandonar o curso, pois me sentia inferior as pessoas que estavam estudando comigo. Infelizmente, ao longo do período, escutei por diversas vezes que aquelas disciplinas eram muito fáceis e que os conteúdos trabalhados já eram conhecidos desde a Educação Básica. Isso fazia com que eu tivesse vergonha de pedir ajuda, uma vez que para estar em um curso superior é de suma importância que se saiba pelo menos o básico da Matemática. Foi com esse pensamento que comecei a estudar por conta própria, assistir vídeos, procurar sites que pudessem me ajudar a entender os conteúdos propostos e, desta forma, tracei como meta a ser cumprida a aprovação em todas as outras disciplinas.

No segundo período passamos por um momento de greve dos docentes e, posso dizer que foi um período de aprendizado e superação. Desde o início do período sabia que não iria conseguir concluir todas as disciplinas com êxito, pois estava cursando a primeira das disciplinas mais temidas do curso “Cálculo Vetorial”. Apesar de não saber do que tratava a disciplina e nem a metodologia que o professor iria utilizar, tinha muita insegurança e cheguei até a pensar em desistir, porém eu tinha uma meta a cumprir. Outro fator que aumentou minha insegurança quanto à disciplina foi o relato de um colega que afirmou que quem não fosse aprovado na disciplina deveria desistir do curso. Apesar de tudo e mesmo tendo realizado a avaliação final da disciplina, consegui ser aprovada. Neste período fui reprovada na disciplina de Matemática para o Ensino Básico III, pois foi nessa disciplina que tive o primeiro contato com análise combinatória e, infelizmente, não tive êxito. Com três reprovações no currículo meu Coeficiente de Rendimento Escolar (CRE) desceu para 7.14 e, embora estivesse acima da média para disputar por projetos, não consegui aprovação no projeto vinculado ao Prolicen no ano de 2013, que tinha como tema o software Geogebra.

O terceiro período foi um período menos conturbado, mas também de descobertas e superação. Com o passar do tempo adquirimos mais conhecimentos e amadurecimento em nossas ações para que assim nossos objetivos se concretizassem. Com isso, consegui administrar meu tempo de estudo e, assim, obter aprovação em todas as disciplinas por média. Também foi o período que tive o primeiro contato com a Geometria Plana e Espacial. Assim, descobri um ramo da Matemática que até então era desconhecido e, a partir dos conhecimentos adquiridos e, sobretudo das pesquisas realizadas, percebi o quanto a Geometria se faz importante para o nosso dia a dia. As figuras geométricas nos cercam e, apesar disso, nem notamos que a Geometria está presente em nosso cotidiano. Contudo, a Geometria é vista por alguns educadores da Educação Básica como uma parte da Matemática sem

importância. Diante do exposto, posso dizer que até o terceiro período desconhecia a Geometria e hoje é a área que mais me identifico na Matemática.

O quarto e quinto períodos foram bastante extensos e difíceis, em função de greves. Mas, apesar disso, consegui concluir com êxito todas as disciplinas. Embora estivesse enfrentando as disciplinas um pouco mais avançadas, tais como “Introdução à Teoria dos números” e “Matemática Elementar”, ambas atribuídas pela maioria dos licenciandos que já as cursaram como as piores cadeiras do curso, eu não sentia medo de reprovar e nem insegurança, pois eu não era mais a garotinha que se sentia inferior, que não sabia de nada. Agora estava presente a mulher que enfrentou os obstáculos de cabeça erguida e com fé em Deus acima de tudo, que aprendeu a andar por si só. E por mais que dificuldades aparecessem, eu soube driblar todas as pedras que vieram em minha frente.

No decorrer do quinto período foi aberto o edital do Pibid(Programa de Iniciação à Docência) no qual ofertava 24 (vinte e quatro) bolsas para alunos regularmente matriculados no curso. Assim, fiz minha inscrição, mas, infelizmente não fui aprovada, pois meu Coeficiente de Rendimento Escolar – CRE estava abaixo do mínimo solicitado.

O sexto e sétimo períodos foram extremamente essenciais para minha formação inicial, pois tive o primeiro contato com o meu ambiente de trabalho. As disciplinas de Estágio Supervisionado I e II me proporcionaram uma pequena base de como funciona o espaço escolar. Assim, pude repensar a minha própria postura como futura educadora. Não é fácil cursar estas disciplinas, pois nos desmotivam ver o quanto a educação está desvalorizada nos dias atuais e observar que os alunos desrespeitam os professores. É difícil lecionar!

Por outro lado, também pude conhecer um ambiente prazeroso e criativo dentro do Curso de Matemática ao cursar a disciplina Laboratório de Ensino de Matemática. Essa disciplina nos possibilita conhecer diferentes materiais didáticos, como materiais concretos, Jogos, Softwares, dentre outros, como também abordar a prática cotidiana através da Etnomatemática, trabalhar com modelagem matemática e outras possibilidades metodológicas, com o intuito de ministrar aulas de Matemática menos mecânicas e, sobretudo, a aprendizagem se tornar interativa e satisfatória.

No decorrer do sexto período abriu o edital de seleção do projeto Prolicen intitulado “Laboratório de Matemática: Uma abordagem construtiva para o ensino” coordenado pela professora Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva e tendo a colaboração da professora Graciana Ferreira Dias. Fiz minha inscrição na seleção e, dessa vez, fui aprovada como aluna bolsista. Era mais uma etapa a ser cumprida em minha vida, pois nunca tinha participado de projeto e sabia que era de extrema importância para a minha formação um projeto acadêmico. Os primeiros meses foram difíceis, pois

sentia insegurança em refazer e criar jogos, oficinas e elaborar trabalhos acadêmicos para congressos. Porém com a ajuda da amiga bolsista que já tinha participado de outros projetos e pela compreensão da coordenadora deu tudo certo.

Foi muito importante para a minha formação acadêmica participar do projeto, pois me possibilitou conhecer algo novo e obter outra visão de como abordar o ensino da Matemática, vale ressaltar que no de 2016 completa três anos que estou como aluna bolsista do projeto. No decorrer do projeto participei da elaboração de relatos de experiências, comunicações científicas, mostras de jogos, oficinas para os licenciandos da instituição, estudo dos materiais no acervo do laboratório e participação em eventos tais como VIII EPBEM – Encontro Paraibano de Educação Matemática 27 a 29 de Novembro de 2014 no qual realizamos um minicurso, o ENID – XVI Encontro de Iniciação à Docência 24 a 28 de novembro de 2014 no qual apresentamos um pôster, o SECITEAC – II Semana de Ciência e Tecnologia, Arte e Cultura, no qual fizemos uma oficina para alunos de diversos cursos da UFPB campus I – PB, ENALIC – V Encontro Nacional das Licenciaturas, IV Seminário Nacional do Pibid e XI Seminário de Iniciação à Docência da UFRN, V Fórum Potiguar das Licenciaturas Em Matemática – V Encontro Regional de Educação Matemática 08 a 12 de dezembro de 2014 em NATAL – RN, II CONEDU – Congresso Nacional de Educação 14 a 17 de outubro de 2015 em Campina Grande – PB, ENID – XVII Encontro de Iniciação À Docência 16 a 20 de novembro de 2015 no qual apresentamos um pôster na UFPB campus I – PB, IV Semana da Matemática 19 a 21 de outubro de 2015 em Rio Tinto – PB, ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática 13 a 16 de julho de 2016 em São Paulo, e ENID – XVIII Encontro de Iniciação À Docência 03 a 04 de novembro de 2016 no qual apresentamos um pôster na UFPB campus IV – PB. O projeto foi de suma importância para a minha formação inicial, pois através das ações vivenciadas adquiri conhecimento para o meu desenvolvimento intelectual e profissional.

O oitavo e nono períodos foram períodos intensos e de muito aprendizado. Com o passar do tempo, notamos o quanto mudamos como pessoa e principalmente sobre nossas ações. O amadurecimento nos faz perceber onde chegamos e em que estágio estamos. Apesar de tantas dificuldades enfrentadas no decorrer do curso, percebemos o quanto valeu a pena passar por tantas atribulações. Pois, quando chegamos em certo ponto e olhamos para trás, vemos o quanto foi difícil chegar onde estamos, mas, com a consciência de que Deus não nos dá uma carga na qual não tenhamos força para carregar.

No oitavo e novo períodos cursei as disciplinas de Estágio Supervisionado III e IV, em que tive a oportunidade de lecionar pela primeira vez e vivenciar o que é ser um professor. Não foi fácil

entrar em uma sala de aula pela primeira vez e lecionar para mais de vinte cinco alunos com faixa etária entre 15 a 19 anos. Foi uma experiência muito gratificante e ao mesmo tempo chocante. Aprendi que é muito difícil ser um bom professor, que por mais que seja pouco tempo o estágio pudemos notar as dificuldades enfrentadas cada dia numa sala de aula. Porém, a disciplina de Estágio Supervisionado III e IV nos oferece subsídios para que nós futuros educadores nos tornemos bons educadores. É de grande valia as disciplinas de Estágio Supervisionado em um curso de graduação, pois será nele que iremos obter o contato com o local no qual iremos atuar, ou seja, onde seguiremos carreira durante nossa vida profissional.

Também tive uma grande surpresa da coordenadora e orientadora Cristiane Borges Ângelo, pois fui convidada para participar do seu projeto intitulado “O uso de artefatos históricos na Educação de jovens e adultos: Uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática” como aluna voluntária. Porém, eu já participava de outro projeto que é “Laboratório de Matemática: uma abordagem construtivista para o ensino”, coordenado por Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva, no qual sou aluna bolsista. Ambos são do Programa de Licenciatura – PROLICEN. Pela carga horária que tinha que cumprir no projeto, talvez não pudesse participar de outro projeto no qual fui convidada, no entanto no edital do PROLICEN não especifica se o aluno bolsista pode ou não participar em outro projeto como voluntário.

Então, Cristiane Angelo entrou em contato com a coordenação geral perguntando se o aluno voluntário poderia ter bolsa em outro projeto. A resposta foi positiva, ou seja, o aluno bolsista poderia sim participar de outro projeto como voluntário. Fiquei muito feliz com a notícia, agora só faltava comunicar a Jussara e pedir que me deixasse participar do outro projeto, deixando bem claro que não iria prejudicar as atividades referentes ao seu projeto. Jussara, compreendendo o meu interesse em participar do projeto de Cristiane concordou, pedindo apenas que eu tentasse conciliar os projetos para que assim os mesmos fossem concluídos com êxito.

Desta forma, comecei a participar do mencionado projeto, mas sabia que teria que enfrentar alguns obstáculos, pois, os mesmos medos que me rodearam quando entrei no primeiro projeto também esteve presente quando comecei o segundo, já que não tinha familiaridade com a história da matemática e com a Educação de Jovens e Adultos. Entretanto, consegui vencer meus medos e receios, e junto com a equipe composta por coordenadora, colaborador, colaboradora, aluna bolsista e três alunas voluntárias realizamos um excelente trabalho com aprendizado mútuo.

Realizamos no decorrer do projeto cinco oficinas, ofertadas aos docentes da educação básica da 14ª Gerência Regional da Educação, no qual teve como objetivo trabalhar conteúdos matemáticos

por meio da história da Matemática. Também tivemos participação em eventos tais como II CONEDU – Congresso Nacional de Educação 14 a 17 de outubro de 2015 em Campina Grande – PB e ENID – XVII Encontro De Iniciação à Docência 16 a 20 de novembro de 2015 no qual apresentamos um pôster e finalizamos com a entrega do relatório final do projeto.

Os períodos tiveram um nível de dificuldade um pouco maior do que os outros, entretanto conseguir administrar o ritmo de estudo, conciliar com os projetos que estava participando e ter êxito em todas as disciplinas sendo aprovada por média. Eu só tenho a agradecer a Deus por tudo que me deu e tudo que ainda está por vir. Os obstáculos enfrentados nos dão força para continuar a caminhada e chegar até o final.

O décimo período foi turbulento e ao mesmo tempo satisfatório. Pois não tem maior alegria do que chegar na reta final com sucesso. Eu só tenho a agradecer a Deus primeiramente, e segundo a minha avó pela força e entusiasmo no momento certo e na hora certa.

1.2.2 Justificativa

Ao participar em dois projetos PROLICEN (Programa de Licenciatura), intitulados: “Laboratório de Matemática: Uma abordagem construtiva para o ensino” e “O uso de artefatos históricos na Educação de Jovens e Adultos: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática”, ambos do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB, do Campus IV, Litoral Norte, surgiu o interesse em trabalhar com o pensamento geométrico e também com a história da matemática, sempre na busca de abordar a Matemática de uma forma diferente da tradicional¹ e, contribuir para a melhoria do ensino dessa disciplina.

A escolha surgiu a partir dos dois projetos, pois no primeiro projeto pude trabalhar a Geometria, especificamente os Poliedros de Platão e suas diferentes aplicações e, no segundo projeto, trabalhei diferentes conteúdos matemáticos, via história da Matemática. Assim, veio o desejo de abordar os Poliedros de Platão por meio da história da matemática, para que desta maneira se façam presentes tanto o pensamento geométrico quanto o seu contexto histórico. Tomei como base, os estudos que realizei nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN ao afirmarem que

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos

¹ Estamos nos referindo ao Método tradicional como um modelo de ensino que utiliza a sequência definições, exemplos e exercícios, configurando-se, muitas vezes, em um método repetitivo que prioriza a memorização e não a aprendizagem.

do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

Dessa maneira, a história da Matemática é uma possibilidade metodológica que pode auxiliar no processo da aprendizagem Matemática, pois estará possibilitando aos alunos um contato mais favorável com a disciplina, tendo em vista que o aluno pode compreender os motivos pelos quais a Matemática foi sendo elaborada.

Segundo Dias,

A História da Matemática pode apresentar métodos de ensino diferentes, bem como adequados, para os conteúdos da Matemática escolar, pois a proposta apresentada pelos matemáticos em seus escritos podem ser alternativas profícuas para o ensino da Matemática. Por entendermos que cada aluno pensa à sua maneira e constrói seus conhecimentos a partir daquilo que já conhece, eles podem se identificar em métodos diferentes dos comumente apresentados. (DIAS, 2014, p.41)

Com esse pensamento, propomos verificar a presença da História da Matemática no conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão nos livros didáticos e, apresentarmos uma sequência de atividades que abordem os Poliedros de Platão, via história da matemática.

1.3 Questões da pesquisa

- O conteúdo Sólidos de Platão é apresentado nos livros didáticos via história da Matemática?
- É possível construir um Caderno de atividades para o professor de Matemática, utilizando a história da Matemática no ensino dos Poliedros de Platão?
- A história da Matemática pode dialogar com outras estratégias metodológicas de ensino?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

- Elaborar e discutir um Caderno de Atividades para o professor de Matemática que apresente os Poliedros de Platão por via da história da Matemática.

1.4.2 Objetivos específicos

- Selecionar os livros didáticos de Ensino Médio, utilizados no município de Rio Tinto e aprovados no PNLD, que abordem o conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão;

- Verificar a presença da História da Matemática no conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão nos livros didáticos selecionados;
- Realizar consultas em livros, sites e revistas a fim de subsidiar bibliograficamente a proposta do caderno de Atividades;
- Apresentar a História da Matemática em conjunto com outras perspectivas metodológicas para o ensino de Matemática, tais como: materiais concretos, tecnologias e softwares.

1.5 Os pressupostos metodológicos da pesquisa: Tipo de pesquisa e instrumento utilizado

Esta pesquisa é do tipo bibliográfica e documental. Segundo Gil (2002) uma pesquisa bibliográfica “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002 p. 44). A pesquisa é documental, tendo em vista que analisamos livros didáticos (documentos) e, de acordo com Gil (2002, p. 45) esse tipo de pesquisa “vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa”.

Realizamos uma pesquisa documental, ao analisarmos a coleção de livros didáticos “Novo Olhar Matemática”, utilizada no 3º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity, a fim de verificarmos a presença (ou não) da história da Matemática na apresentação dos Poliedros de Platão.

Além disso, propomos ao professor de Matemática, por meio de Um Caderno de Atividades, quatro propostas didáticas que abordam o conteúdo relativo aos Poliedros de Platão, via história da matemática e outras perspectivas metodológicas. Para a elaboração do caderno de Atividades realizamos uma pesquisa bibliográfica em livros, sites e revistas da área da Educação Matemática.

2 LIVRO DIDÁTICO, HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E POLIEDROS DE PLATÃO

2.1 O livro didático e o ensino de Matemática

Com base nas informações obtidas pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), em 1929 foi criado o primeiro órgão específico para legislar sobre políticas do livro didático, o Instituto Nacional do Livro (INL). Já no ano de 1939 pelo Decreto – Lei 1.006, de 30/12/38, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) no qual estabelece a primeira Legislação do Livro Didático. Já em 1945 pelo Decreto – Lei nº 8.460, de 26/12/45, é consolidada a legislação em relação às condições de produção, importação e utilização do livro didático, porém foi limitada a escolha do professor ao livro a ser utilizado pelos alunos.

Através do Decreto nº 77.107, em 1976 foi que o governo federal assumiu a responsabilidade de comprar e distribuir os livros para os estados através do FNDE. No ano de 1985, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é constituído por meio do Decreto nº 91.542 de 19/08/85. A partir daí houveram várias mudanças e uma delas foi o fato de os professores poderem escolher os livros didáticos. Já em 1993/1994 foram definidos os critérios para avaliação dos livros didáticos. No ano de 1996 foi realizada a primeira publicação Guia de Livros Didáticos inscritos no PNLD com finalidade de avaliar os livros, a partir de critérios previamente discutidos.

Em 2001 o PNLD ampliou o atendimento para os alunos com deficiência visual. Assim, estabeleceu em sala de aula um ensino regular para os deficientes visuais por meio de livros didáticos em braille. A partir 2004 o Ensino Médio foi instituído progressivamente. De 2009 a 2012 o PNLD passou a atender a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

A partir de 2014 o PNLD disponibilizou objetos educacionais digitais complementares aos livros didáticos e, em 2015, as editoras apresentaram as obras digitais disponibilizadas pelo programa, e disponibilizaram o conteúdo do material impresso junto com os objetos educacionais digitais para os docentes e discentes das escolas públicas. De acordo com as informações, o livro didático é um recurso metodológico utilizado para que o ensino e aprendizagem se torne meramente satisfatório.

Lopes define livro didático como “uma versão didatizada do conhecimento para fins escolares e/ou com o propósito de formação de valores que configuram concepções de conhecimentos, de valores, identidades e visões de mundo” (LOPES, 2007 apud FRISON et al, 2009, p. 4).

Atualmente, o livro didático é um dos materiais mais utilizados em sala de aula, pelo fato do professor ter mais acesso a esse tipo de material. Assim, o livro didático configura-se em um dos instrumentos mais utilizado pelo docente na busca de favorecer a aprendizagem dos alunos, ou seja,

é o recurso auxiliador no qual o professor estará se apoiando diante da sua busca pedagógica para abordar os conteúdos em sala de aula. Esse quadro é ratificado pelos PCN quando afirma que “Os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória” (BRASIL, 1998, p. 22).

Gérard e Roegiers (1998 apud FRISON et al, 2009, p. 2), definem o livro didático como “um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia”. Desta forma o livro didático é um recurso válido, mas o professor não pode se restringir ao seu uso.

Ainda com pensamento de possível eficácia através do livro didático, destacamos Romanatto ao afirmar que,

O livro didático ainda tem uma presença marcante em sala de aula e, muitas vezes, como substituto do professor quando deveria ser mais um dos elementos de apoio ao trabalho docente. Os conteúdos e métodos utilizados pelo professor em sala de aula estariam na dependência dos conteúdos e métodos propostos pelo livro didático adotado. Muitos fatores têm contribuído para que o livro didático tenha esse papel de protagonista na sala de aula...um livro que promete tudo pronto, tudo detalhado, bastando mandar o aluno abrir a página e fazer exercícios, é uma atração irresistível. O livro didático não é um mero instrumento como qualquer outro em sala de aula e também não está desaparecendo diante dos modernos meios de comunicação. O que se questiona é a sua qualidade. Claro que existem as exceções (ROMANATTO apud FRISON et al, 2009, p. 8).

Fica claro que o autor supracitado não está questionando a inapropriação do livro didático em sala de aula, mas a forma como possivelmente será utilizado pelo docente. Muitas vezes o livro didático é inserido como único objeto de estudo e fonte de pesquisa possível provocando uma limitação nos recursos que podem ser utilizados em sala de aula.

Sobre as funções do livro didático, destacamos que

O livro didático assume essencialmente três grandes funções: de informação, de estruturação e organização da aprendizagem e, finalmente, a função de guia do aluno no processo de apreensão do mundo exterior. Deste modo, a última função depende de o livro permitir que aconteça uma interação da experiência do aluno e atividades que instiguem o estudante desenvolver seu próprio conhecimento, ou ao contrário, induzi-lo a repetições ou imitações do real. Entretanto o professor deve estar preparado para fazer uma análise crítica e julgar os méritos do livro que utiliza ou pretende utilizar, assim como para introduzir as devidas correções e/ou adaptações que achar conveniente e necessárias (RICHAUDEAU apud SANTOS; CARNEIRO, 2006 p. 6).

Nessa concepção, o professor deve estar apto para escolher o livro didático adequado a ser utilizado, tendo em vista que o livro didático é um recurso pedagógico que pode desempenhar na aprendizagem duas funções distintas, isto é, pode proporcionar ao aluno o desenvolvimento do seu próprio saber, como também levá-lo apenas a uma aprendizagem mecânica. Além disso, o professor

pode lançar mão do uso de outros recursos e atividades em sala de aula, a fim de enriquecer o processo de ensino-aprendizagem matemática.

Nessa direção, os PCN defendem que “conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática” (BRASIL, 1998, p. 42). Desta forma, o professor deve possuir criatividade para superar as limitações próprias dos livros, que “por seu caráter genérico, por vezes, não podem contextualizar os saberes como não podem ter exercícios específicos para atender às problemáticas locais”. (NUÑEZ et al, 2009, p. 3).

Desta forma, o livro didático nem sempre dará conta das variáveis envolvidas nos processos de ensino e aprendizagem. Assim, cabe ao docente realizar as adaptações necessárias para que esses processos se tornem satisfatórios e, ainda, não se restringir ao livro didático, enquanto recurso de aprendizagem em sala de aula.

Ainda de acordo com os PCN, existem outras maneiras de obter conhecimento matemático através de diferentes meios de abordagens metodológicas no qual destaca “a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução” (BRASIL, 1998 p. 42). Desta forma, cabe ao professor buscar meios diversificados de trabalhar a disciplina de matemática em sala de aula e assim estará proporcionando aos alunos aulas mais interativas e prazerosas.

2.2 A História da Matemática como possibilidade metodológica

A disciplina de Matemática tem apresentado, segundo o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), uma baixa proficiência em relação à aprendizagem, o que nos remete a pensar no porquê que os alunos da educação básica têm apresentado dificuldades em compreender e desenvolver os conteúdos propostos em sala de aula.

Segundo os PCN (1998), a prática mais desenvolvida no ensino da Matemática é o método tradicional, no qual o docente apresenta o conteúdo a partir de definições, exemplos e exercícios repetindo diversas vezes e fazendo com que o aluno apenas memorize, por meio da repetição. Neste sentido, é importante buscar outras estratégias metodológicas para que, desta forma, os alunos consigam compreender realmente a Matemática trabalhada em sala de aula.

Os PCN afirmam que “é consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática”

(BRASIL, 1998, p.42). Dessa forma, somos levados a refletir e buscar outros caminhos para o ensino da Matemática, como, no caso deste trabalho, a abordagem de conteúdos por meio da história da Matemática.

Segundo Jankvist (2009 apud DIAS, p.44) “a história pode melhorar o ensino e a aprendizagem por mostrar um modo diferente de apresentação dos conteúdos matemáticos do qual os alunos estão acostumados”. É neste sentido que optamos por utilizar a história da matemática como recurso metodológico, fazendo com que os alunos compreendam e se sintam motivados a aprender e a desenvolver o pensamento matemático.

D'Ambrosio (1999 apud GUTIERRE p. 18) afirma que a História da Matemática apresenta utilidade para o ensino, pois,

As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretação dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade. (D'AMBROSIO, 1999 apud GUTIERRE p. 18)

Os PCN também se referem à história da Matemática como uns dos caminhos para fazer Matemática em sala de aula. De acordo com esse documento,

A História da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensinar e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores favoráveis diante desses conhecimentos (BRASIL, 1998, p.42).

Diante disso, a história da Matemática é perspectiva metodológica que pode possibilitar a compreensão dos alunos a partir dos seus conceitos históricos contextualizados. Desta forma, a história da Matemática é uma alternativa proposta pelos PCN que se configura em um método para construir saberes acerca da sua humanidade, como também mostrar aos educandos um processo entre o passado e o presente no qual é uma forma gratificante de mostrar ao aluno as respostas dos porquês em relação à Matemática proposta em sala.

Com isso também destacamos o pensamento de Mendes (2001, p.66) ao afirmar que

A história é construída a partir de acontecimentos e ações – fatos, lugares, nomes, datas, sempre dignos de memória (memoráveis). Os acontecimentos dignos de memória surgem através de um filtro de informações selecionadas quando se busca historiar os acontecimentos. Isso ocorre através de critérios e valores definidos pelo historiador (investigador dos acontecimentos e ações). Nesse sentido, é fundamental buscarmos sempre responder aos seguintes questionamentos: o quê? onde? quem? quando? Como?

Desta forma, com uso da história da Matemática como recurso pedagógico, o aluno terá uma fonte de conhecimentos históricos contextualizados que proporcionará conhecer tanto o seu saber histórico quanto a sua funcionalidade.

Sebastiani Ferreira (1998 apud MENDES, 2001 p. 82) afirma ainda que “a participação da história dos conteúdos matemáticos como recurso didático é imprescindível. O desenvolvimento histórico não só serve como elemento de motivação, mas também como fator de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas”. E é neste sentido que optamos em trazer a história para o processo de ensino como um método auxiliar para que desta maneira as lacunas na aprendizagem diminuam e o aluno possa conhecer o conteúdo matemático por meio de sua história, tornando a matemática mais significativa na sala de aula.

2.3 Considerações sobre os Poliedros de Platão

De acordo com Boyer (2010), a Geometria originou-se a partir das necessidades dos povos antigos. Um dos documentos mais antigos já encontrados e que confirmam que os conhecimentos matemáticos eram utilizados na Antiguidade é o Papiro Rhind ou Ahmes. Neste documento estão registrados problemas matemáticos distribuídos entre operações aritméticas, algébricas, geométricas e trigonométricas. Assim, percebemos quanto a Matemática e a Geometria se fez presente desde os tempos mais remotos e, sobretudo, a sua importância atual.

Sabemos que a surgimento da geometria se deu a partir das necessidades dos povos antigos. De acordo com Martins e Goldoni,

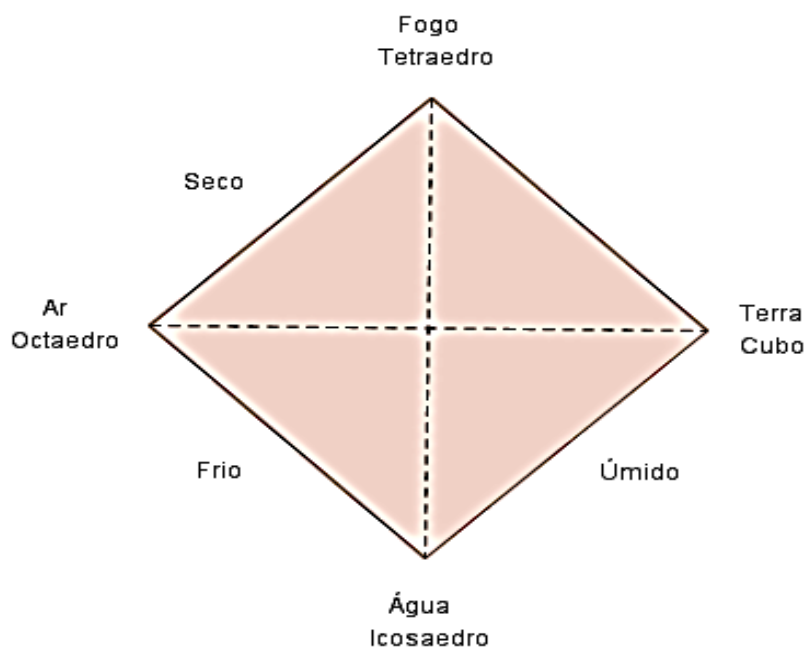
O conhecimento mais antigo da Geometria são as construções das pirâmides e templos pelas civilizações egípcia e Babilônica. Contudo, muitas outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, desde a Babilônia à China, passando pela civilização Hindu. Os Babilônicos tinham conhecimentos matemáticos que provinham da agrimensura e comércio e a civilização Hindu conhecia o teorema sobre o quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo. A Geometria como ciência dedutiva apenas teve início na Grécia Antiga, cerca de sete séculos antes de Cristo, graças aos esforços de muitos notáveis antecessores de Euclides, como Tales de Mileto (640 - 546 a.C.), Pitágoras (580 - 500 a.C.) e Eudoxio (408 - 355 a.C.). (MARTINS; GOLDONI. 2010, p 3).

A história da Matemática nos mostra que a Geometria nasce para resolver problemas cotidianos dos povos antigos e começa a formalizar-se a partir da civilização grega, tendo em vista que os gregos inauguram uma nova forma de pensar a partir da dedução.

Nesse sentido, destacamos um dos expoentes do pensamento grego da Antiguidade: o filósofo grego Platão, fundador da academia de Atenas que, em sua porta tinha a seguinte inscrição: “Que ninguém que ignore a geometria entre aqui” (BOYER, 2010, p 58). Platão contribuiu de forma grandiosa para a Geometria, e desenvolveu estudos acerca dos cinco sólidos regulares que, mais tarde, foram nomeados Sólidos de Platão: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro.

De acordo com Boyer (2010, p. 58) “os sólidos platônicos ou corpos cósmicos”, eram associados aos elementos da natureza. O Tetraedro era associado ao Fogo, o Hexaedro, associado à Terra, o Icosaedro ao elemento água, o Octaedro, associado ao ar, de acordo com a figura 1.

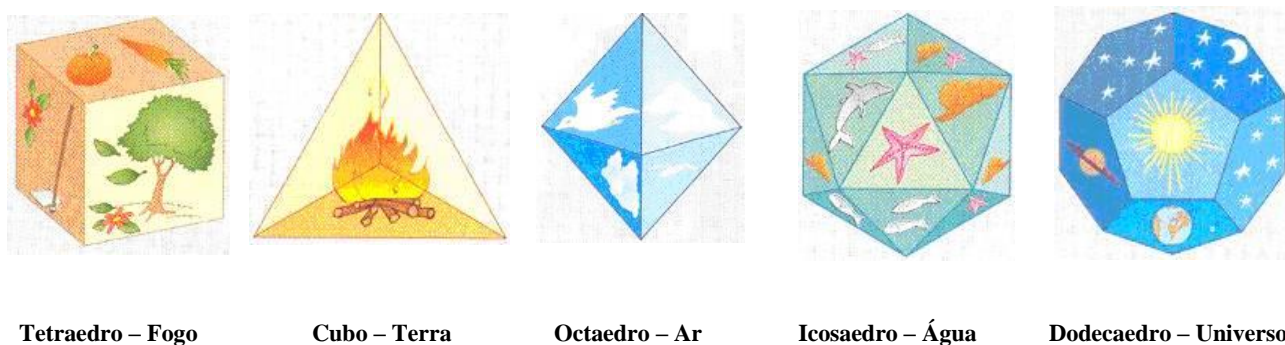
Figura 1 – Elementos e Sólidos regulares



Fonte: Boyer 2010

Assim, Platão associou os poliedros regulares à natureza. No entanto, o Dodecaedro foi associado ao universo, pois Platão atribuiu o Dodecaedro como o quinto elemento do universo pela admiração que os pitagóricos possuíam por esse sólido (BOYER (2010), conforme podemos observar na figura 2.

Figura 2 – Os cinco Sólidos de Platão associados aos elementos da natureza



Fonte: Célia Bitencourt 2011

Ainda segundo Boyer, “Platão pôs suas ideias sobre sólidos regulares num diário intitulado *Timaeus*, presumivelmente do nome de um pitagórico, que serve como o principal interlocutor” (BOYER, 2010, p.58, grifo do autor). No entanto, Boyer (2010) afirma que não se sabe se “*Timaeus*” foi realmente uma pessoa ou apenas um pseudônimo usado por Platão. Boyer ainda enfatiza que “o Livro XIII de Os Elementos de Euclides afirma que somente três dos cinco sólidos regulares eram devidos aos pitagóricos e que foi através de Teatetus (um amigo de Platão nascido em 414 a.C aproximadamente) que o octaedro e o icosaedro se tornaram conhecidos” (BOYER, 2010, p.59).

Outro expoente que se dedicou aos estudos dos poliedros foi Leonhard Paul Euler, matemático e físico suíço, que nasceu na Basileia no ano de 1707. Durante sua vida fez obras muito importantes para a matemática e uma dessas obras foi a Fórmula ou Relação de Euler que é de suma importância para determinar números de arestas, faces e vértices de qualquer poliedro regular e alguns não regulares.

Segundo Mialich (2013 p. 13) “Euler fez observações gerais a respeito de poliedros, iniciou sua discussão da relação entre os números de vértices (V), arestas (A) e faces (F), provou vários teoremas que relacionam V, A e F e verificou que $V - A + F = 2$ ocorre em vários casos especiais”.

Assim, a Fórmula ou Relação de Euler é dada da seguinte forma $V - A + F = 2$. Onde V representa o vértice, o A representa a aresta e o F representa a face de um poliedro.

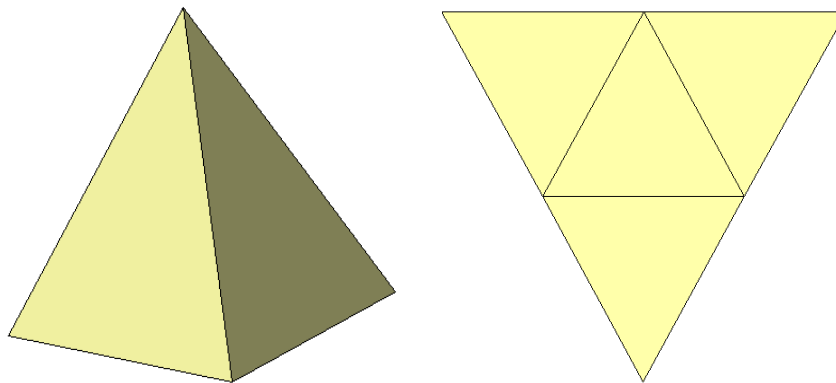
Por definição, cada poliedro regular deve possuir quatros propriedades, quais sejam:

1. O poliedro deve ser regular;
2. Todo vértice concorre com o mesmo número de aresta;
3. Todas as faces do poliedro possuem o mesmo número de arestas;
4. A relação de Euler deve ser válida.

Podemos observar que os cinco sólidos platônicos são os cinco únicos poliedros regulares, pois satisfazem todas as propriedades supracitadas.

O Tetraedro é um poliedro regular, composto por faces representadas por triângulos equiláteros, conforme podemos observar na figura 3. Em cada vértice do tetraedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O tetraedro possui quatro faces, quatro vértices e seis arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido.

Figura 3 – Tetraedro em 3D e planificado



Fonte: Software Poly

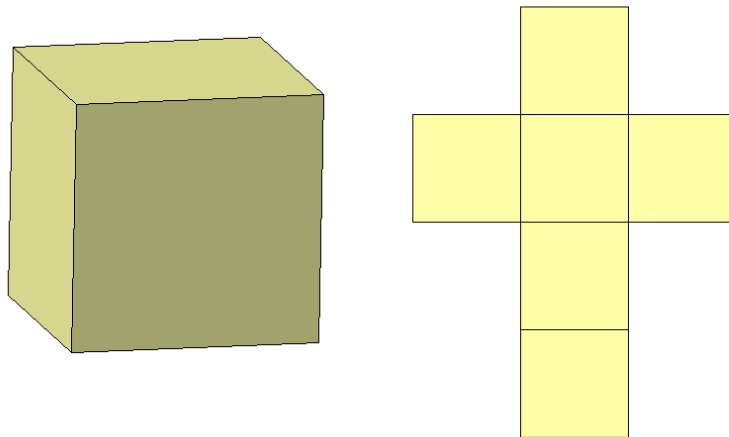
$$V = 4 \quad F = 4 \quad A = 6$$

$$\text{Relação de Euler: } V - A + F = 2$$

$$4 - 6 + 4 = 2$$

O Hexaedro é o único poliedro cujas faces são quadrangulares, conforme podemos observar na figura 4. Em cada vértice do Hexaedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem quatro arestas. O Hexaedro possui seis faces, oito vértices e doze arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido.

Figura 4 – Hexaedro (Cubo) em 3D e planificado



Fonte: Software Poly

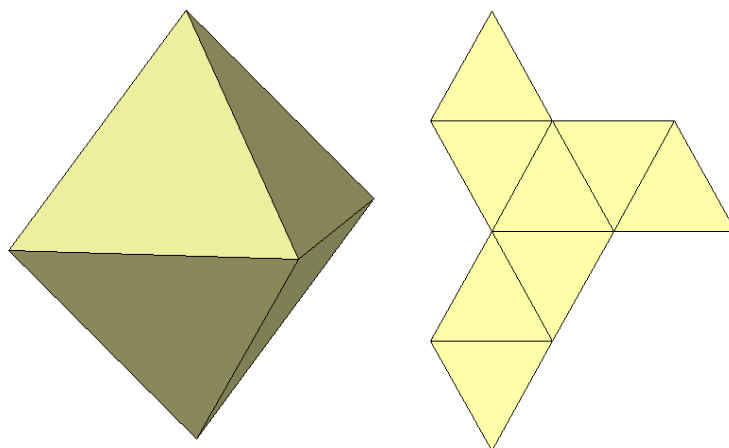
$$V = 8 \quad F = 6 \quad A = 12$$

$$\text{Relação de Euler: } V - A + F = 2$$

$$8 - 12 + 6 = 2$$

O Octaedro é um poliedro composto por faces triangulares, conforme podemos observar na figura 5. Em cada vértice do Octaedro concorrem quatro arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O Octaedro possui oito faces, seis vértices e doze arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido.

Figura 5 – Octaedro em 3D e planificado



Fonte: Software Poly

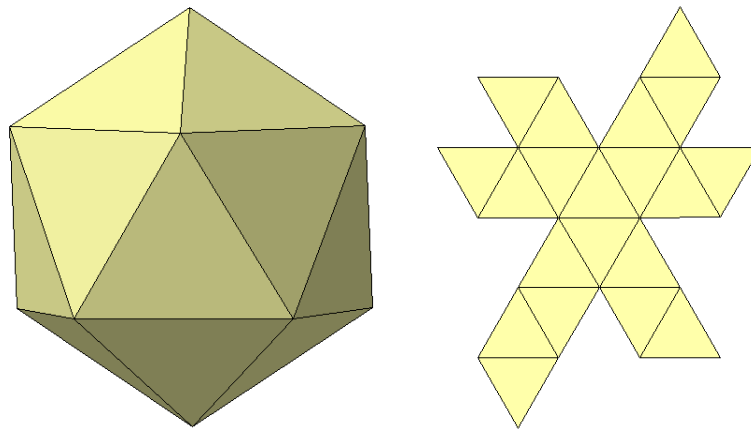
$$V = 6 \quad F = 8 \quad A = 12$$

$$\text{Relação de Euler: } V - A + F = 2$$

$$8 - 12 + 6 = 2$$

O Icosaedro é um poliedro composto por faces triangulares, conforme podemos observar na figura 6. Em cada vértice do Icosaedro concorrem cinco arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O Icosaedro possui vinte faces, doze vértices e trinta arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido.

Figura 6 – Icosaedro em 3D e planificado



Fonte: Software Poly

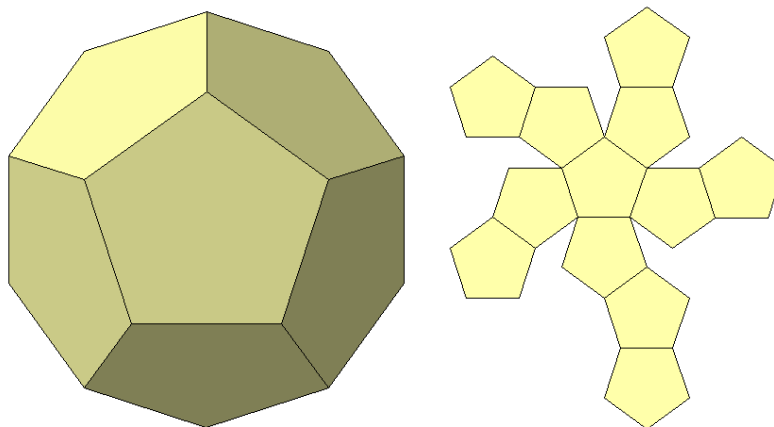
$$V = 12 \quad \text{Face} = 20 \quad A = 30$$

$$\text{Relação de Euler: } V - A + F = 2$$

$$12 - 30 + 20 = 2$$

O Dodecaedro é um poliedro composto por faces pentagonais, conforme podemos observar na figura 7. Em cada vértice do Dodecaedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem cinco arestas. O Dodecaedro possui doze faces, vinte vértices e trinta arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido.

Figura 7 – Dodecaedro em 3D e planificado



Fonte: Software Poly

$$V = 20 \quad \text{Face} = 12 \quad A = 30$$

$$\text{Relação de Euler: } V - A + F = 2$$

$$20 - 30 + 12 = 2$$

Podemos demonstrar² que só existem cinco poliedros regulares, usando, além da Relação de Euler ($V - A + F = 2$) as faces dos polígonos chamando-os de “n” lados. Sabendo que cada aresta é formada a partir da interseção dos lados de dois polígonos, então percebemos que cada vez que contarmos as arestas estaremos contando duas vezes cada aresta do poliedro. Assim, temos:

$$n \cdot F = 2 \cdot A \text{ (Relação 1)}$$

Agora iremos chamar de “t” o número de arestas que concorrem no mesmo vértice do poliedro. Observamos que cada uma destas arestas, a exemplo das faces, se conecta a dois vértices. Nesse caso, se contarmos o número de arestas em cada face, estaremos contando duas vezes o número de arestas do poliedro. Portanto:

$$t \cdot V = 2 \cdot A \text{ (Relação 2)}$$

Substituindo os valores de V e F nas relações 1 e 2, utilizando para tal a Relação de Euler, temos:

² Demonstração adaptada do site: <http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>.

$$\frac{2A}{t} - A + \frac{2A}{n} = 2$$

$$A = \frac{2 \cdot n \cdot t}{2 \cdot n + 2 \cdot t - n \cdot t}$$

Sabemos que o número A de arestas deve ser positivo, então temos que $2 \cdot n + 2 \cdot t - n \cdot t > 0$, ou seja:

$$\frac{2 \cdot n}{n - 2} > t$$

Considerando que $t \geq 3$, concluímos que, obrigatoriamente, $n < 6$. As possibilidades são então as seguintes:

Seja $n = 3$, então

$$A = \frac{6 \cdot t}{(6 - t)}$$

Logo,

$$F = \frac{2 \cdot A}{n} = \frac{4 \cdot t}{(6 - t)}$$

Assim $t < 6$. Logo:

Se $t = 3$, então $F = 4$. Desta forma, o poliedro formado é o tetraedro.

Se $t = 4$, então $F = 8$. Desta forma, o poliedro formado é o octaedro.

Se $t = 5$, então $F = 20$. Desta forma, o poliedro formado é o icosaedro.

Se $n = 4$, então temos:

$$A = \frac{4 \cdot t}{(4 - t)}$$

Logo,

$$F = \frac{2 \cdot A}{n} = \frac{2 \cdot t}{(4 - t)}$$

Desta forma, segue que $t < 4$. Assim, $t = 3$, logo $F = 6$. Desta forma, o poliedro formado é o cubo.

Se $n = 5$, então temos:

$$A = \frac{10 \cdot t}{(10 - 3 \cdot t)}$$

Logo,

$$F = \frac{2 \cdot A}{n} = \frac{4 \cdot t}{(10 - 3 \cdot t)}$$

Desta forma segue que

$$\frac{10}{3} > t$$

Assim, $p = 3$, logo $F = 12$. Logo, o poliedro formado é o dodecaedro.

Portanto, de acordo com a demonstração apresentada anteriormente o Tetraedro, o Hexaedro, o Octaedro, o Dodecaedro e o Icosaedro são poliedros regulares, pois atendem todos as propriedades relacionadas aos poliedros dessa natureza. Concluimos também que só existem cinco poliedros regulares, denominados Sólidos de Platão.

3 A PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.1 A abordagem dos poliedros de Platão nos livros didáticos

Como um dos objetivos de nosso trabalho é verificar a abordagem dos poliedros de Platão nos livros didáticos e verificar se esse conteúdo é apresentado por via da história da Matemática, optamos em analisar os livros didáticos utilizados na rede estadual do município de Rio Tinto – PB, já que é tarefa do estado oferecer a etapa da Educação Básica referente ao Ensino Médio.

Vale salientar que nossa escolha por analisar livros didáticos do Ensino Médio, deveu-se ao fato de que o conteúdo relativo aos Poliedros de Platão é abordado nessa etapa de ensino. Ao buscarmos as escolas estaduais do município de Rio Tinto, verificamos que existe somente uma escola vinculada ao estado e que oferta o Ensino Médio: Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity. Assim, o contato se deu primeiramente com a direção da escola, no qual fomos bem recebidos tanto pela direção como também pelos professores. Ao conversar com a direção, relatamos o motivo que nos levou a procurar a escola, e que uns dos principais objetivos de nosso trabalho era analisar as coleções de livros didáticos utilizados naquela escola, já que a referida instituição era a única que ofertava Ensino Médio, no município de Rio Tinto.

Em seguida perguntamos quantas coleções de Matemática a escola utilizava e, segundo a direção a escola só utilizava duas coleções de livros. No entanto, foi nos informado que os livros não são distribuídos em algumas turmas, pois não há número suficiente para todos os alunos. Assim, a escola deixa a critério do professor a utilização do livro didático.

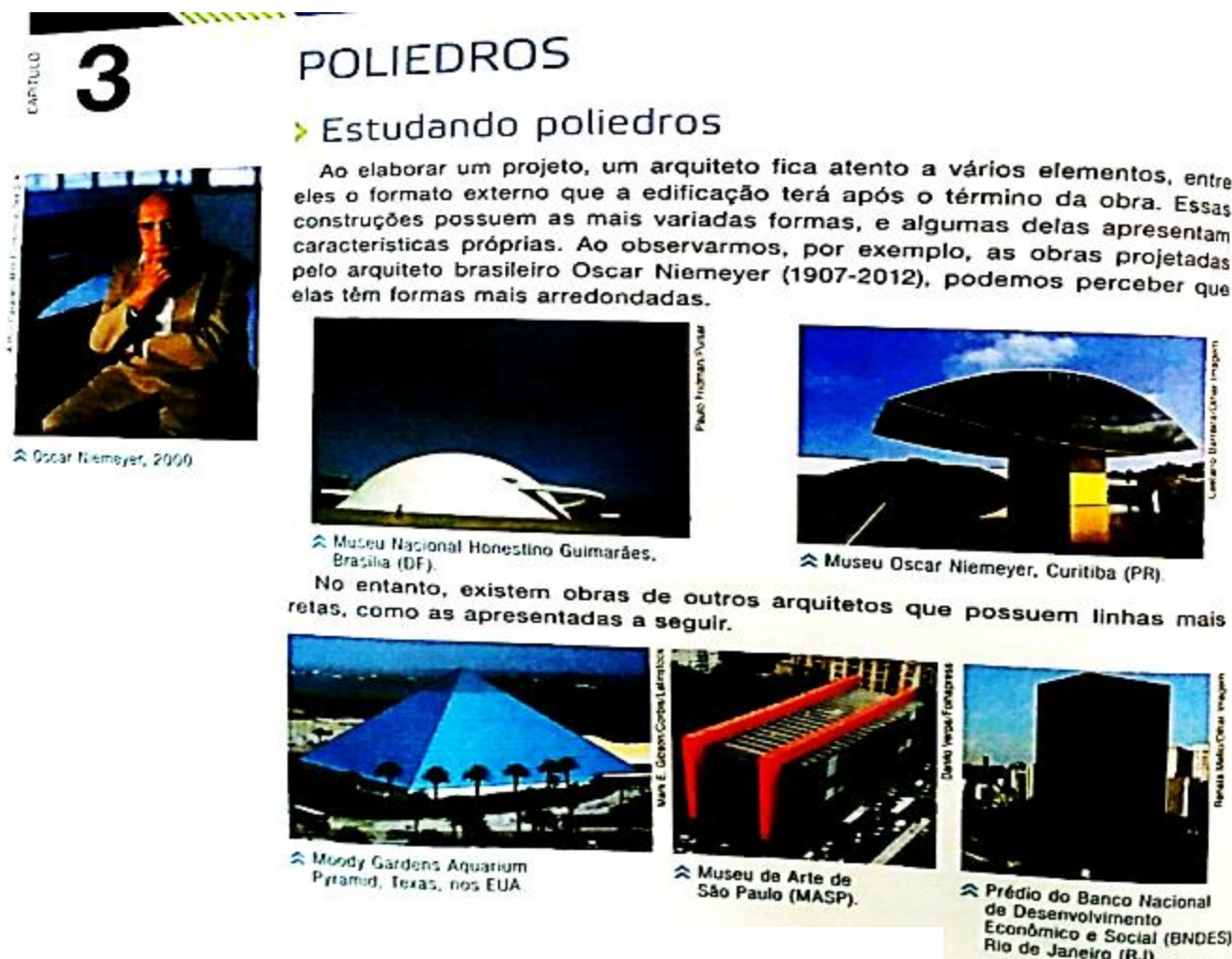
A escola disponibiliza duas coleções, uma para o Ensino Fundamental (7º ao 9º ano) e outra para o Ensino Médio. Assim, a coleção “**Vontade de Saber Matemática**”, de autores Patricia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza é utilizada para o Ensino Fundamental e a coleção “**Novo olhar Matemática**”, cujo autor é Joamir Roberto de Souza é utilizada para o Ensino Médio.

Para análise, optamos em verificar a coleção “**Novo Olhar Matemática**” utilizada no 3º ano do Ensino Médio, já que, conforme exposto anteriormente, o conteúdo objeto desse estudo é, notadamente, trabalhado nessa etapa de ensino.

Segundo o PNLD (2015, p. 68), na coleção supracitada “são frequentes e adequadas as contextualizações dos conteúdos matemáticos, tanto na apresentação inicial dos conceitos quanto nas atividades resolvidas e propostas”. (PNLD, 2015, p. 68).

Verificamos que a coleção “**Novo Olhar Matemática**”, cuja publicação foi realizada no ano de 2013, contém três volumes. Focando nosso olhar especificamente no conteúdo relacionado aos poliedros, percebemos que o autor busca, em sua introdução, apresentar a geometria de forma contextualizada. Conforme podemos observar na figura 8.

Figura 8 – Introdução ao conteúdo de Poliedros

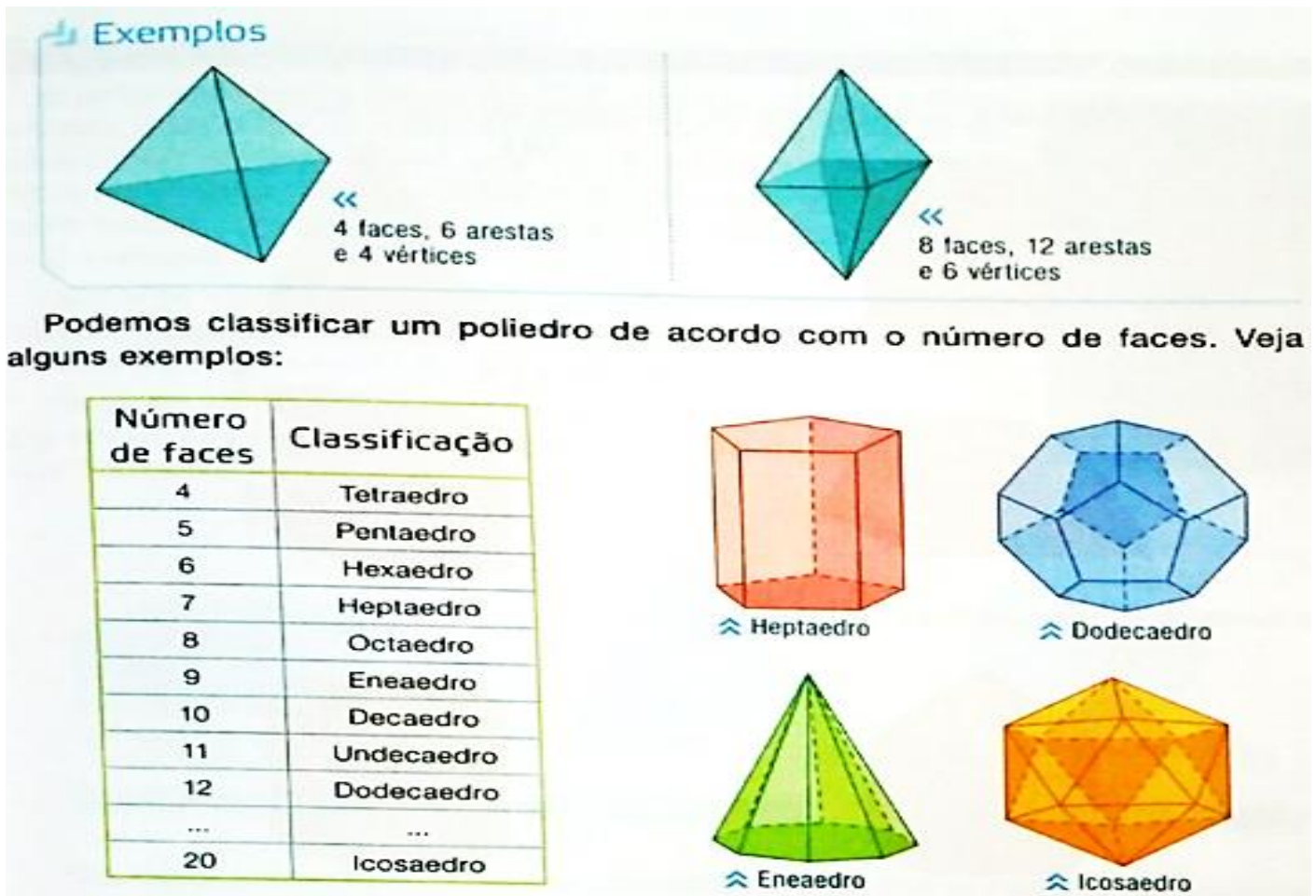


Fonte: Souza (2013, p. 70)

Em seguida, o autor mostra alguns poliedros regulares e não regulares, enfatizando sua definição e destacando o significado de cada um de seus elementos (face, vértice e aresta) por meio de um “Cubo”. Depois mostra dois poliedros “o Tetraedro e o Octaedro” como exemplos e também mostra a quantidade de cada elemento que compõe os sólidos. Em seguida, traz quatro exemplos “Prisma de base pentagonal, Dodecaedro, Pirâmide de base Octogonal e o Icosaedro” para fazer as

classificações de cada uns deles, como também utiliza outros poliedros, como podemos observar na figura 9.

Figura 9 – Classificação de alguns poliedro



Fonte: Souza (2013, p. 71)

Em seguida, o autor relembra a definição de poliedros e mostra o que são poliedros convexo e não convexos, mostrando suas diferenças por meio de exemplos de figuras. Também verificamos que na mesma página, que o autor apresenta um recorte sobre a contribuição do matemático Kepler para a Matemática, como podemos observar na figura 10.

Figura 10 – Recorte sobre a contribuição do matemático Kepler para a matemática



Fonte: Souza (2013, p. 71)

Na página seguinte, o autor traz algumas atividades com poliedros conexos e não convexos enfatizando seus elementos e suas classificações. Na página 73 observamos que, antes de apresentar a Relação de Euler, o autor apresenta mais um recorte histórico, enfatizando a vida e as contribuições de Leonhard Euler para a Matemática, como podemos observar na Figura 11.

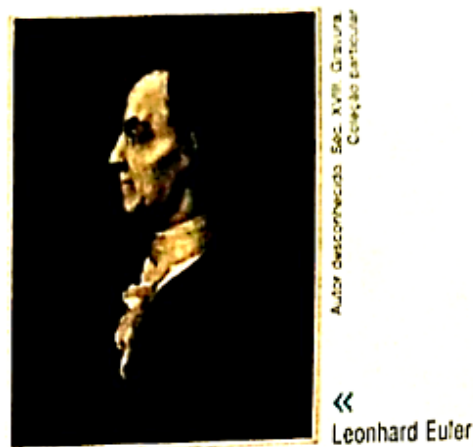
Figura 11 – Recorte da história do matemático suíço Leonhard Euler

➤ Relação de Euler

O suíço Leonhard Euler (1707-1783) realizou muitas contribuições à Matemática. Mesmo ficando cego aos 59 anos de idade, Euler continuou seus estudos. É provável que nenhum outro matemático tenha produzido tanto quanto ele, que durante toda a vida publicou cerca de 500 trabalhos, entre livros e artigos.

Dentre as várias contribuições de Euler, podemos destacar uma importante relação envolvendo o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V) de um poliedro.

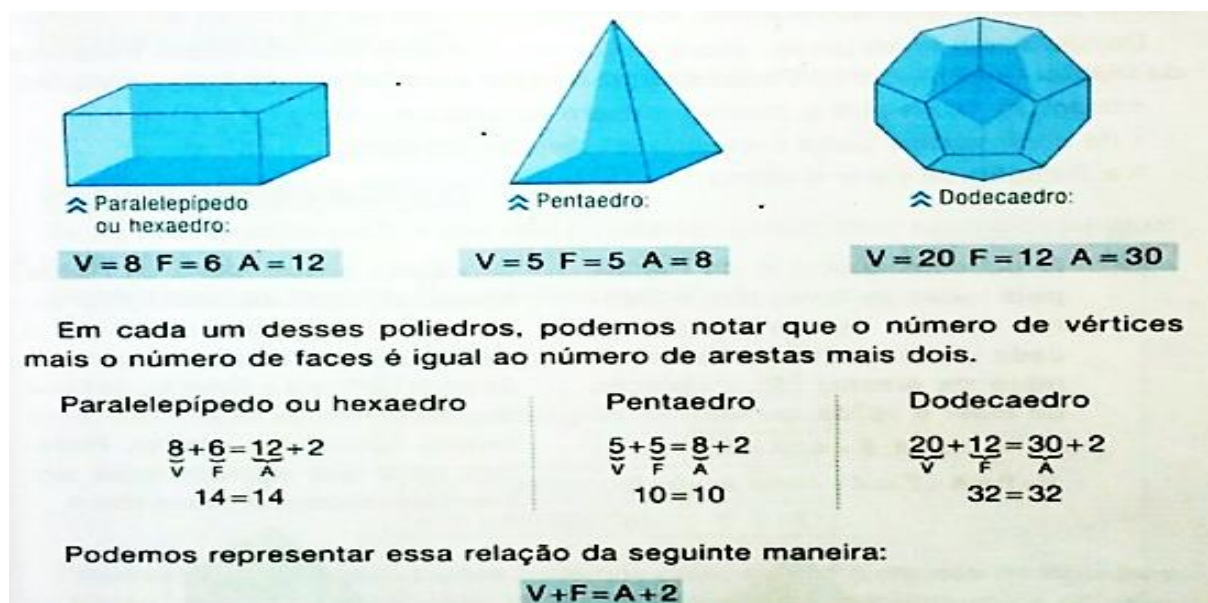
Antes de escrevermos essa relação, observe os seguintes poliedros, nos quais está indicado o número de vértices, faces e arestas:



Fonte: Souza (2013, p. 73)

Após, o autor apresenta a Relação de Euler por meio de exemplos, conforme podemos observar na figura 12. Também notamos que sua abordagem retrata apenas algumas explicações teóricas e traz exemplos resolvidos passo a passo a sua resolução.


Figura 12 – Exemplos de poliedro mostrando os valores dos seus respectivos elementos



Fonte: Souza (2013, p.73)

Em seguida, o conteúdo de poliedros é abordado por meio da Relação de Euler e, mais uma vez, o autor apresenta de exemplos de poliedros regulares e não regulares. Após, é inserido um recorte acerca dos poliedros de Platão como podemos observar na figura 13.

Figura 13 – Recorte da vida e obra do filósofo grego Platão



Platão

> Poliedros de Platão

Platão (427 a.C.-347 a.C.) foi um filósofo grego, discípulo de Sócrates, nascido em Atenas. Em 387 a.C., após a morte de seu mestre, fundou em sua cidade natal uma escola que ficou conhecida como "Academia". Na fachada dessa escola, podia-se ler: "Que ninguém que ignore a Geometria entre aqui". Nessa frase, podemos observar que, apesar de Platão não ter dado contribuição significativa aos resultados matemáticos técnicos da época, ele tinha uma grande admiração pela Geometria.

Comumente é dito que Platão passou a ter uma visão matemática por influência de um amigo, Arquitas. Acredita-se também que foi a partir daí que ele passou a acreditar na existência de cinco poliedros: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o icosaedro e o dodecaedro. Nessa época, esses poliedros eram associados aos quatro elementos considerados primordiais: ar, associado ao octaedro; terra, associada ao cubo; fogo, associado ao tetraedro; e água, associada ao icosaedro. O quinto e último poliedro foi o dodecaedro, que Platão considerou o símbolo do universo.

Devido à sua importância, esses poliedros convexos são chamados **Poliedros de Platão**. Um Poliedro de Platão satisfaz simultaneamente as seguintes condições:

- todas as faces têm o mesmo número de arestas
- de cada vértice parte o mesmo número de arestas
- a Relação de Euler é válida


Fonte: Souza (2013, p. 74)

Depois, é inserido dois poliedros (Tetraedro e Icosaedro) enfatizando a Relação de Euler, como podemos observar na figura 14.


Figura 14 – Exemplos de poliedros regulares

Exemplos

- O poliedro abaixo é de Platão, pois todas as faces têm o mesmo número de arestas (3); de cada vértice parte o mesmo número de arestas (3); a Relação de Euler é válida, ou seja:
 $V=4; F=4; A=6$
 $V+F=A+2 \Rightarrow 4+4=6+2 \Rightarrow 8=8$



- O poliedro abaixo não é de Platão. Apesar de duas das condições serem satisfeitas, ou seja, de ter o mesmo número de arestas partindo de cada vértice e a Relação de Euler ser válida, nem todas as faces têm o mesmo número de arestas. Podemos notar que algumas faces têm 3 arestas, enquanto outras têm 4.



Fonte: Souza (2013, p.74)

Em seguida, demonstra que só existem cinco poliedros de Platão (o Tetraedro, o Cubo, o Octaedro, o Dodecaedro e o Icosaedro).

Notamos que o conteúdo de Poliedros de Platão é abordado por meio de exemplos, mostrando sua resolução. Isso ocorre também em todo capítulo do conteúdo de poliedros. No entanto, percebemos que a história da Matemática é pouco abordada restringindo-se somente a mostrar alguns momentos “curiosidades” sobre a vida de matemáticos famosos.

3.2 Porque uma proposta didática envolvendo sólidos de Platão via história da matemática?

Em nossa trajetória como aluna da Educação Básica e do Ensino Superior, observamos que, alguns educadores da educação básica não trabalham a Geometria em sala de aula ou quando trabalham não mostram o seu contexto, sua utilidade no dia a dia. Isso ocorre pela falta de formação adequada na área ou até mesmo pela desmotivação ao observar o desinteresse dos seus alunos em sala de aula. No entanto, sabemos que a geometria nos cerca e assim podemos trabalhar com esse conhecimento em diversas maneiras, seja por meio de materiais manipulativos, concretos, tecnológicos, como também utilizar a história da matemática.

Assim, é importante inserir métodos diversificados para o desenvolvimento desse saber. Sabemos que a geometria tem uma história e, de acordo com Mendes (2006, p.93) “A história constitui-se em uma função importante para que a educação matemática promova uma aprendizagem significativa e compreensiva da matemática escolar através da história” (MENDES, 2006, p. 93). Além disso, “a história como fonte de cultura constitui-se em função pedagógica através da qual se procura resgatar a identidade cultural da sociedade usando história da matemática” (MENDES, 2006, p 93). Ainda de acordo com Mendes (2006, p.25) “o enfoque histórico é uma proposta metodológica que atua como motivação para o aluno, já que através dele descobrirá a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá na sala de aula. Em outras palavras permitirá deixar patente a origem de ideias matemáticas” (MENDES, 2006, p.25).

Desta forma, apresentar o saber matemático por meio da História da Matemática têm por objetivo diminuir as lacunas existentes no aprendizado dos educandos, para que desta forma o ensino da matemática se torne menos mecânico e mais prazeroso através de aulas interativas e produtivas.

Além disso, a história da Matemática pode contribuir para o aspecto cognitivo em relação à aprendizagem dessa disciplina. A esse respeito Motta afirma que

A História da Matemática pode exercer um importante papel psicológico no processo de ensino-aprendizagem tanto em relação ao professor quanto em relação ao aluno. Ao estudante pode propiciar condições de perceber as diversas etapas da construção do pensamento Matemático, entender as diferentes práticas sociais que geraram as necessidades de sua produção e trabalhar as diversas linguagens e formas simbólicas que o constituem e o condicionam. Ao professor, permite problematizar a ação pedagógica no sentido de se criar uma consciência das vivências e recursos cognitivos e interpretativos necessários para uma apropriação significativa das idéias matemáticas. MOTTA (2005, p. 1).

Diante do exposto, a história da Matemática é uma possibilidade metodológica, como também uma fonte tanto de pesquisa quanto para o ensino e aprendizagem, tendo em vista que sua perspectiva traz para o aluno condições nas quais possa possibilitar o seu desenvolver cognitivo e, sobretudo, o interpretativo, como também permite observar em diferentes maneiras a construção do pensamento matemático. Também permite ao docente mostrar a seus alunos as origens do conhecimento matemático e desmistificar a ideia de que a matemática foi construída por “mentes iluminadas”.

Fauvel (1991 apud MENDES, 2006, p.86) aponta algumas razões pelas quais devemos introduzir a história da matemática como recurso metodológico, quais sejam:

A história da matemática aumenta a motivação para a aprendizagem; humaniza a matemática; mostra o seu desenvolvimento histórico através da ordenação e apresentação de tópicos no currículo; os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação a matemática; a comparação entre o antigo e o moderno no estabelecer os valores das técnicas modernas a partir do conhecimento do desenvolvido ao longo da história da sociedade; ajuda a desenvolver uma aproximação multicultural para a construção do conhecimento matemático; suscita oportunidades para investigação matemática; pode apontar os possíveis aspectos conceituais históricos da matemática que dificultam a aprendizagem dos estudantes; contribui para que os estudantes busquem no passado soluções matemáticas para o presente e protegem seus resultados no futuro; ajuda a explicar seu papel na sociedade; faz da matemática um conhecimento geral; explora a história, ajudando a sustentar o interesse e a satisfação dos estudantes; fornece oportunidades para a realização de atividades extracurriculares que evidenciem trabalhos com outros professores e/ou outros assuntos(caráter interdisciplinar da história da matemática)” (FAUVEL, 1991, apud MENDES, 2006, p.86).

Diante de cada argumento citado aqui, nos faz pensar o quanto é importante introduzir a história da Matemática como método diversificado para o desenvolver matemático do aluno. Assim, a história da Matemática como recurso metodológico é uma perspectiva para diminuir as lacunas apresentadas pelos educandos na educação básica como também é um método que busca e possibilita uma compreensão satisfatória, tenha uma interação, motivação em aprender e desenvolver o saber matemático, ou seja, a história é uma oportunidade dos educandos explorarem e realizarem atividades itinerantes para que o ensino e aprendizagem tenha êxito no desenvolver matemático.

Como já dissemos, acreditamos que a história da Matemática pode ajudar a diminuir as lacunas na aprendizagem matemática por meio de atividades explorando o seu contexto. Segundo Mendes (2006 p.95) “o uso da história da matemática em sala de aula deve ser revestido de um

significado contextual, formativo e conscientizador”. Com esse pensamento Ferreira (1998 apud MENDES 2006 p. 95) “considera que a utilização da história da matemática como recurso didático é imprescindível, pois vai além de um mero elemento motivador nas aulas de matemática, ou seja, constitui-se em fator justificante para os porquês conceituais e teóricos da matemática que devem ser aprendidos pelos estudantes”.

Desta maneira ao introduzir a história como recurso pedagógico o professor estará mostrando aos educandos outro ambiente para o desenvolver do saber matemático, uma vez que ao realizar sequências didáticas por via da história da Matemática o aluno poderá interagir, motivar, e, contudo, observar que trabalhar com a Matemática não é apenas manuseá-la ou apenas obter cálculos. E sim saber os porquês de utiliza-la, como também trabalhar o pensamento cognitivo do aluno. Porém a História da Matemática é apenas uma possibilidade metodológica que visa contribuir com a aprendizagem matemática

3.2 Caderno de atividades para o professor de Matemática: explorando os Sólidos de Platão

Neste item iremos apresentar quatro propostas didáticas diversificadas para que o fazer matemática e sobretudo aprender seja satisfatório, de uma forma simples, prática e, contudo, tornando as aulas menos mecânicas e mais prazerosas no desenvolver do saber matemático. A primeira proposta tem por objetivo identificar e nomear os poliedros regulares, a atividade será dividida em três momentos. No primeiro momento será proposto um vídeo, falando sobre os poliedros de uma forma geral. Daí, será feita uma reflexão sobre o vídeo, no qual o professor irá fazer algumas perguntas relacionadas ao vídeo. No segundo momento será entregue aos alunos as planificações dos sólidos na cartolina para que eles construam os poliedros e assim seja feita uma explanação sobre os elementos componentes dos sólidos até chegar a Relação de Euler. O terceiro momento será entregue aos alunos uma atividade contendo três questões na qual estaremos abordando o raciocínio lógico.

A segunda proposta tem por objetivo construir e identificar os poliedros a partir de suas construções, a atividade será dividida em quatro momentos. No primeiro momento será realizada uma breve introdução e explanação aos poliedros de Platão e, contudo, um pouco sobre a sua história. No segundo momento será realizada uma construção dos sólidos regulares por meio de canudos e fio de nylon. Nesta atividade será feita uma explanação a partir da construção, levando o aluno a pensar sobre as faces, arestas e vértices de cada poliedro a ser montado. No terceiro momento será apresentado o software Poly, que tem por objetivo mostrar através do manuseio os elementos e as

planificações de cada poliedro regular como também os irregulares. No quarto momento será feita uma pequena socialização com os alunos acerca de tudo que foi proposto, para que desta maneira possamos observar como os eles se sentiram ao construir saberes em outro ambiente. Como também mostrar aos educandos que podemos construir conhecimento por meios de outros métodos diversificados.

A terceira proposta tem por objetivo identificar e construir os poliedros regulares a partir das construções por meio do material manipulativo, assim a atividade será dividida em três momentos. No primeiro momento será realizado um debate acerca da vida e obra do filósofo grego Platão. No qual o professor junto com a turma irá fazer uma reflexão acerca da leitura, instigando e motivando os alunos a compreender e desenvolver o pensamento matemático. No segundo momento os alunos irão construir os sólidos regulares por meio de palitos e massa de modelar. Esse momento será feito toda a explanação das propriedades e classificações dos polígonos que compõe os poliedros regulares. O terceiro momento será feita uma atividade contendo cinco questões. O quarto momento será feita uma discussão acerca de tudo que foi proposto na atividade, contudo do material utilizado.

A quarta proposta tem por objetivo identificar e nomear os poliedros regulares a partir das atividades propostas. As atividades serão divididas em três momentos. No primeiro momento será realizado um breve recorte sobre as contribuições do filósofo grego Platão e Leonhad Euler para a Matemática, o caso o descobrimento de apenas cinco poliedros regulares. No segundo momento será realizada construção dos poliedros por meio do Origami. A partir do poliedro construído será feita uma explanação acerca do conteúdo poliedros de Platão, como faces, arestas e vértices. Mostrando que os poliedros são compostos de polígonos regulares, enfatizando suas propriedades e classificações. No terceiro momento será feita uma brincadeira com charadas. O professor irá dividir a turma em grupos, e cada grupo ficará com sua denominada charada para descobrir qual poliedro corresponde a sua charada. Após o grupo descobrir, terá que socializar com os demais explicando seus elementos. Desta forma o aluno estará tralhando o seu raciocínio lógico e a sua visualização a partir da sua construção.

PROPOSTA 1

Conhecendo e construindo os Sólidos de Platão

Objetivo: Identificar e nomear os poliedros regulares.

Indicação: 3º ano (Ensino Médio)

Recursos Utilizados: Datashow, vídeo, cartolina e cola.

Duração: 4 horas/aulas

Procedimentos:

As atividades serão divididas em três momentos. No primeiro momento será apresentado um vídeo relatando alguns momentos da vida e obra do filósofo grego Platão. O objetivo da apresentação do vídeo é levar os alunos a refletirem sobre a origem da Geometria e sobre a sua presença no meio em que vivemos. Essa reflexão será promovida por meio de perguntas relacionadas ao vídeo que serão propostas aos alunos. No segundo momento será realizada uma atividade de construção dos sólidos, por meio de sua planificação na cartolina finalizando com a colagem. E o terceiro momento será realizado uma atividade contendo quatro questões. Para que os alunos respondam de acordo com que aprendeu diante do que foi proposto, tanto pelo vídeo quanto pela construção dos poliedros. Desta forma, o aluno terá o contato com os sólidos pois estará vivenciando e acima de tudo terá conhecimento breve sobre a vida e obra de Platão.

Primeiro momento: Que tal analisarmos a importância que o filósofo matemático Platão teve na construção dos Sólidos Regulares? Assim, convidamos você assistir ao vídeo Sólidos de Platão, disponível no site: <http://tvescola.mec.gov.br/tve/video/mao-na-forma-os-solidos-de-platao>



Que tal refletimos sobre o vídeo?

Para refletirmos sobre o vídeo proposto, vamos responder algumas perguntas como:

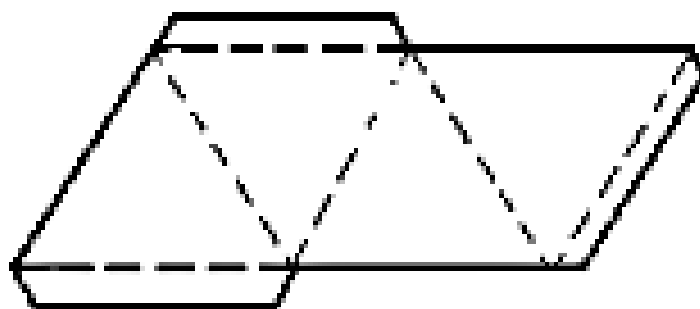
- No vídeo, a apresentadora Norma afirma que os gregos descobriram “coisas” incríveis. Quais foram essas descobertas? Você também as considera incríveis? Por quê?

- Quais são os triângulos elementares? Por que esses triângulos são importantes?
- Norma contou uma experiência que teve com os Hexaedros. Depois imaginou se cortasse o Hexaedro ao meio. Apareceram dois quadrados. E se Norma ao invés de cortar ao meio cortasse uma diagonal, o que apareceria?
- Norma foi mais longe, agora ela imaginou o Hexaedro cortado em quatro partes iguais a partir de um único vértice. De acordo com Norma as partes do Hexaedro montadas em formas diferentes, formam um poliedro. Qual poliedro?
- Norma também pensou... Se a pirâmide tivesse todos os lados iguais, o poliedro formado seria o Tetraedro. Você concorda com Norma? Por quê?
- De acordo com Norma o uma face do Tetraedro é igual a face da pirâmide de base quadrada. Então o Tetraedro se encaixa no Hexaedro. Você concorda com Norma? Por quê?

Após a reflexão que tivemos acerca do vídeo. Que tal construirmos os Sólidos Platônicos?

➤ **Segundo momento:** Agora que fizemos uma reflexão acerca da Geometria Espacial especificamente os Sólidos de Platão, vamos construir os Poliedros por meio da planificação. Professor ao construir instigue os alunos a pensarem sobre polígonos existentes de cada sólido construído. Faça perguntas como “pessoal qual é a face que compõe o Tetraedro? Se todas são iguais? Por quê?. Explore as faces, os vértices as arestas, de maneira que seus alunos construam saberes a partir do manuseio da construção e, contudo, instigue os seus alunos a tentarem observar os elementos fundamentais para chegar a Relação de Euler.

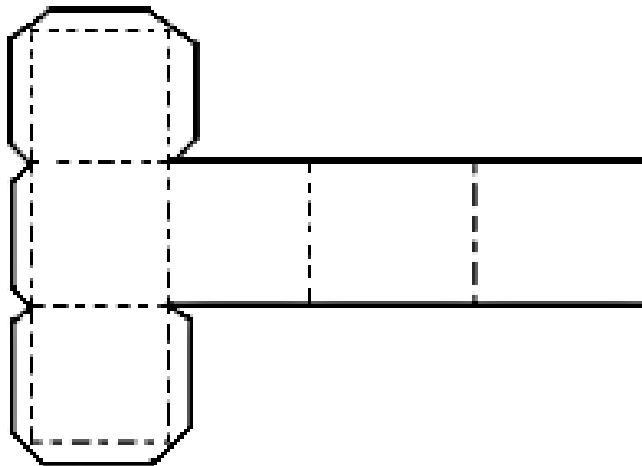
Figura 15 – Tetraedro planificado



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial8.php>

Agora é só dobrar cada lado do polígono e realizar a colagem nas abas para que desta forma o Tetraedro seja montado.

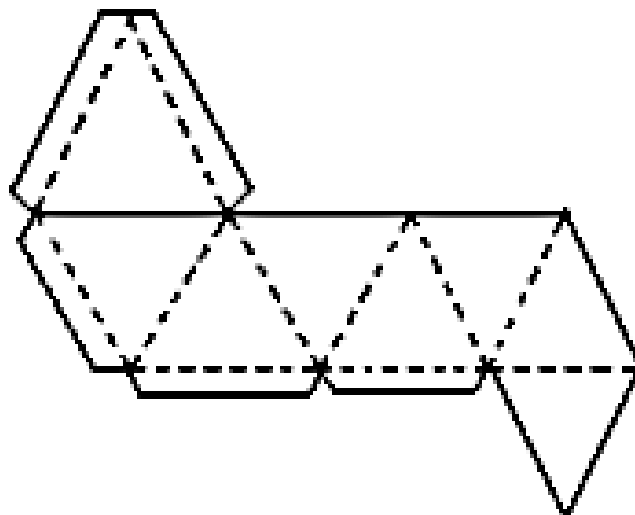
Figura 16 – Hexaedro (Cubo) planificado



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial8.php>

Do mesmo modo que realizou na primeira planificação, também irá fazer nesta. Dobre as abas e as arestas de cada polígono e as cole de acordo que forme o Cubo.

Figura 17 – Octaedro planificado

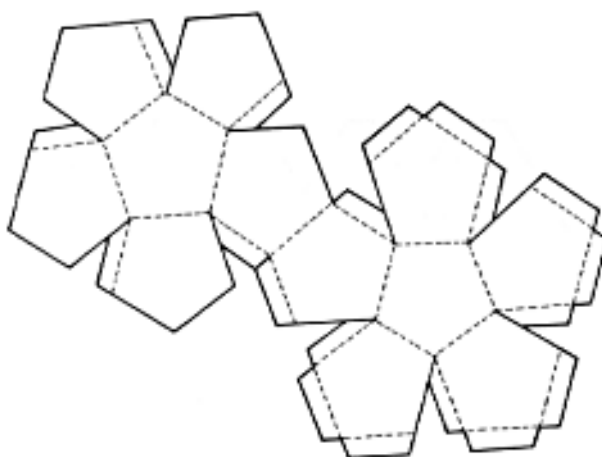


Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial8.php>

Na planificação do Octaedro também iremos fazer da mesma maneira realizadas nas planificações anteriores a esta. Dobre as abas e as arestas de cada polígono as cole de maneira que forme o Octaedro.

Na planificação do Dodecaedro também será feita da mesma maneira das demais planificações. Dobre as abas e as arestas, depois as cole de acordo que forme o Dodecaedro.

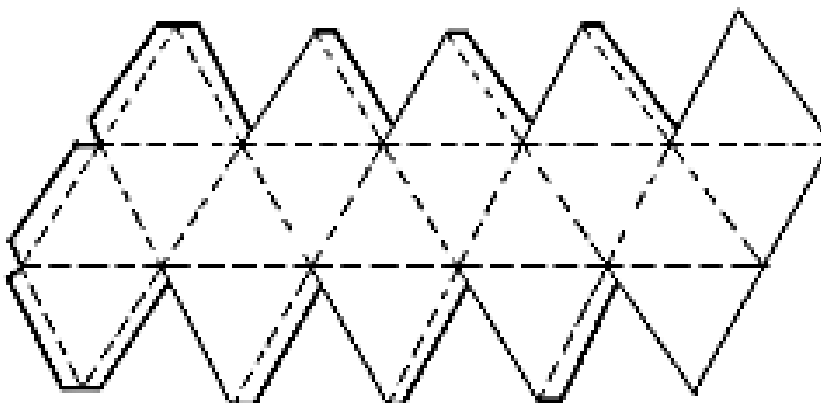
Figura 18 – Dodecaedro planificado



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial8.php>

Na planificação do Icosaedro também será realizada da mesma maneira das outras planificações. Dobre todas as arestas e as abas depois cole-as de acordo que forme o Icosaedro.

Figura 19 – Icosaedro planificado



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial8.php>

Após a construção por meio da planificação, que tal refletirmos acerca dos sólidos construídos?

O primeiro passo é perguntar aos alunos o que acharam dos sólidos, o que podemos observar se existe algo em comum entre eles. Por exemplo:

Para ser formado o Tetraedro precisamos de faces triangulares, entretanto, quais triângulos compõe a faces do tetraedro? É o Triângulo Retângulo? É o Triângulo Isósceles? Ou é o Triângulo Equilátero? Por quê?. Busque explorar nos alunos como também a pensarem sobre as classificações e propriedades dos polígonos, e assim discutir acerca do material utilizado. Depois instiguem à analisarem as arestas. Por exemplo: no Tetraedro uma face possui três arestas e as outras faces? São quantas arestas para formar o Tetraedro?. E os vértices? O que são vértices? Quantos vértices o Tetraedro possui?. Desta forma faça com os outros poliedros, explorando os polígonos existentes, leve os alunos a pensarem sobre suas propriedades e classificações, mostrando qual relação com os poliedros.

Essas foram algumas sugestões que você professor pode utilizar. Nosso intuito é que esta atividade seja explorada de maneira que leve ao aluno pensar acerca do material utilizado. Que possam perceber e aprender as condições para obter sólidos regulares. E, contudo, cheguem a encontrar a relação de Euler. Por exemplo: chame seus alunos a pensarem com você, e comece... para que o Tetraedro seja regular, ele precisa satisfazer três condições. Sim ou Não? Sim, pois, a para que qualquer poliedro seja regular ele precisa satisfazer três condições. Mas, quais são as condições? Vamos pensar?

Peça a seus alunos que analise suas construções e o que eles notam? Por exemplo: Será que todas as faces são iguais? Será que toda face possui o mesmo número de arestas? Será que o vértice concorre com o mesmo número de arestas?

Isso nos levaria a pensar sobre a Relação de Euler? Então professor o intuito é esse, ao observarem as condições seguintes: O poliedro deve ser regular; Todo vértice concorre com o mesmo número de arestas; Todas as faces do poliedro possuem o mesmo número de arestas; Se a fórmula de Euler for válida. Então para chegar na fórmula de Euler peça para eles contarem quantas arestas, vértices e faces de cada poliedro. Assim mostre que a fórmula de Euler é dada por $V-A+F=2$

Daí vem as perguntas porquê “-A”, peça para que os alunos contem novamente as arestas e pergunte: para cada face as arestas são contadas quantas vezes? Ou seja, eles irão perceber que estarão contando duas vezes e é por isto que a contagem da aresta é dada por “-A”. Após a socialização com a fórmula de Euler vá para o terceiro momento

➤ **Terceiro momento:** Peça aos alunos que respondam as questões a seguir, utilizando para fins de visualização os poliedros construídos no primeiro momento.

1- De acordo as informações

I - Um Hexaedro regular possui 7 faces quadradas.

II - Um dodecaedro regular possui 12 faces pentagonais.

III - Um Tetraedro regular tem 4 faces triangulares.

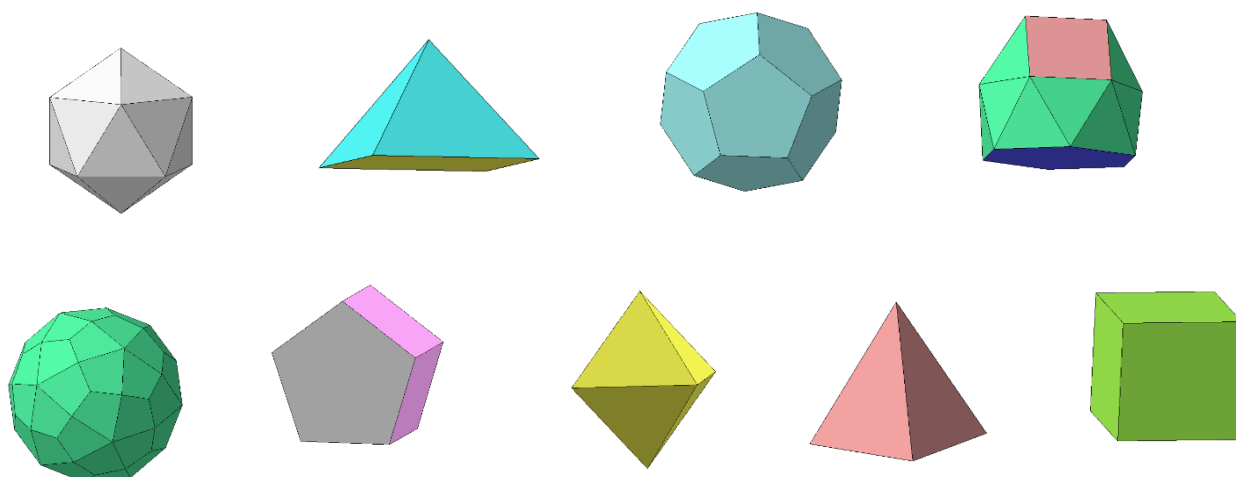
Responda, qual alternativa verdadeira podemos afirmar:

- a) I é verdadeira.
- b) II é verdadeira.
- c) III é verdadeira.
- d) I e II são verdadeiras.
- e) II e III são verdadeiras.
- f) Todas são verdadeiras.

2- Qual é o número de vértices de um poliedro que possui 12 faces pentagonais e 30 arestas?

- a) 10 b) 30 c) 15 d) 20 e) 5

3- Marque apenas os poliedros regulares³:



³ As figuras da questão 4 foram elaboradas no software Poly

PROPOSTA 2

Construindo conceitos de Poliedros Regulares por meio de atividades itinerantes

Objetivo: Construir e Identificar os poliedros regulares a partir de suas construções.

Indicação: 3º ano do Ensino Médio

Recursos Utilizados: Folha de A4, fio de nylon, canudos, tesoura, e software Poly.

Duração: 6 horas/ aulas

Procedimentos:

Primeiro momento: Uma breve introdução aos poliedros de Platão;

Segundo momento: Construção dos poliedros por meio de canudos e fio de nylon;

Terceiro momento: Explorar os sólidos regulares a partir do software Poly;

Quarto momento: Socialização com os alunos acerca da atividade.

Um poliedro é regular quando todas as faces são polígonos regulares congruentes e todos os vértices são congruentes. Isto significa que existe uma simetria do poliedro que transforma cada face, cada aresta e cada vértice numa outra face, aresta ou vértice. É possível provar que existem apenas cinco poliedros regulares. Os cinco poliedros regulares o tetraedro, cubo ou hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro ficaram conhecidos na história como sólidos platônicos, pelo fato de Platão ter construído suas teorias a respeito da origem do universo, associando a estes os constituintes fundamentais da natureza. Platão professava que Deus criou o mundo a partir de quatro elementos básicos: a terra, o fogo, o ar e a água. Ele procurou, então, definir as essências específicas desses elementos através de quatro objetos geométricos, os poliedros regulares, que representavam, aos olhos dos gregos, harmonia e uma certa perfeição. A terra, o elemento mais imóvel, Platão associou ao cubo, o único poliedro com faces quadradas, e dessa forma, o mais apto a garantir estabilidade. O fogo ele atribuiu ao tetraedro, que é o poliedro mais "pontudo", com arestas mais cortantes, com menor número de faces e de maior mobilidade. A água e o ar, que são de mobilidade crescente e intermediária entre a terra e o fogo, ele atribuiu respectivamente ao icosaedro e ao octaedro.

Com o tempo, aparece o quinto e último poliedro regular: o dodecaedro. Platão explicita suas ideias sobre o quinto elemento: o cosmos, que segundo ele seria a "alma do mundo".

Fonte: Projeto "TIC no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática"

Professor faça uma breve introdução sobre a história de Platão e sua contribuição para a Matemática. Reflita sobre o contexto inserido na atividade, enfatize os poliedros mostrando quais são os cinco poliedros convexos que Platão descobriu e que os associou aos elementos da natureza. Faça os alunos pensarem sobre o texto exposto de maneira que se pergunte como o filósofo grego Platão conseguiu provar a existência de apenas cinco poliedros regular.

Chame a turma para construir os sólidos de Platão por meio dos canudos

Professor apresente os sólidos regulares já construídos e peça a turma que se divida em grupos para realizar a construção dos poliedros. Em cada construção entregue aos alunos o material necessário para a realização da construção. Cada membro do grupo ficará responsável para construir um sólido regular. Faça os procedimentos junto com a turma.

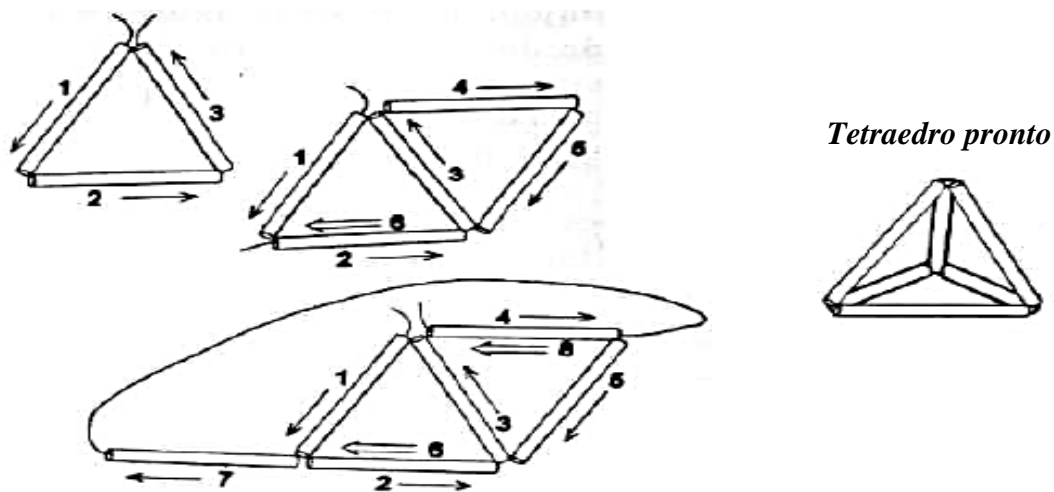
Quando iniciar a construção explore os conceitos de polígonos congruentes que os mesmos compõem os poliedros regulares, por exemplo: o Hexaedro ao construir a primeira face, que polígono aparece? É um polígono regular? Por quê?. Quantas arestas compõe a primeira face do Hexaedro? E vértice?. Faça perguntas para cada desenvolvimento da construção como também busque associar as figuras geométricas que estão presente no nosso dia a dia, mostrando exemplos como o Cubo no qual podemos associa-lo com paralelepípedo, os triângulos equiláteros que são bastantes utilizados pelos engenheiros uns dos exemplos que podemos citar são as torres de telecomunicações. Leve seus alunos a refletirem sobre a possível existência da geometria no nosso cotidiano deixando claro que os objetos matemáticos não são utilizados na construção. Os objetos do mundo real possuem a forma dos entes matemáticos. Também explore o conhecimento dos alunos a partir das propriedades e classificações dos polígonos até chegar no sólido construído. Faça esses procedimentos em toda construção dos poliedros. Perceba, a interação e a motivação dos educandos quando realizam atividades diferentes do habitual, procure motivá-los e sobretudo que os educandos aprendam a fazer matemática de forma lúdica e satisfatória.

CONSTRUÇÃO DO TETRAEDRO

Para construir o Tetraedro serão necessários seis canudos iguais. O primeiro passo é passar o fio de nylon em três canudos formando um triângulo, depois dê um nó para que os canudos fiquem firme para a construção. Depois de feito o triângulo, em uma das pontas do nó passe dois canudos formando outro triângulo. Note que agora temos dois triângulos de medidas iguais. Para finalizar a

construção, pegue o fio que construiu o último triângulo e passa o fio no ultimo canudo que resta e depois unas as duas pontas do nylon e dê um nó. Como mostra a figura a seguir:

Figura 20 – Construção do Tetraedro por meio de canudos

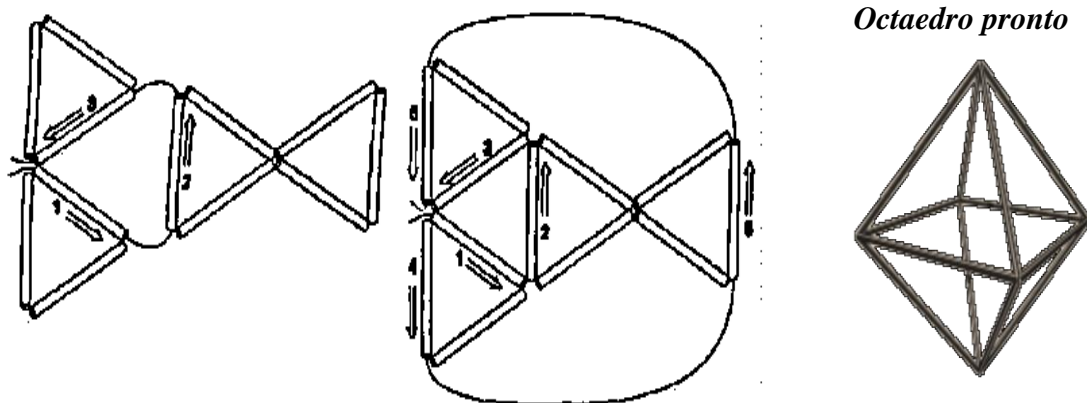


Fonte: Pereira 2011

CONSTRUÇÃO DO OCTAEDRO

Para construir o octaedro é necessário doze canudos iguais e um fio de nylon. Com mesmo procedimento realizado na construção anterior, refaça nesta. Faça de acordo como mostra a figura abaixo:

Figura 21 – Construção do Octaedro por meio de canudos

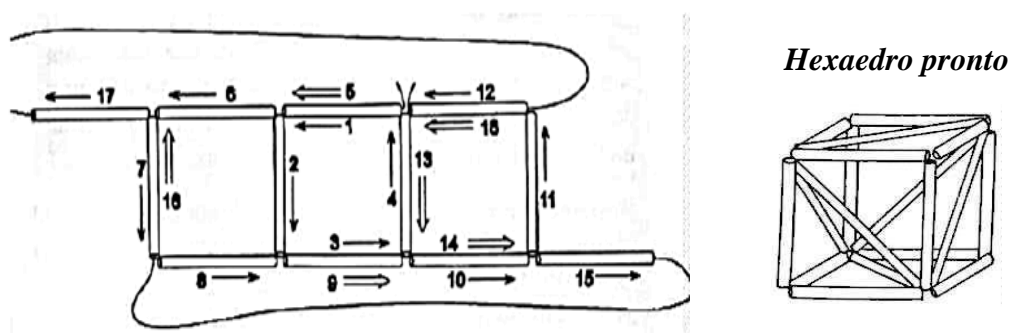


Fonte: Pereira 2011

CONSTRUÇÃO DO HEXAEDRO (CUBO)

Para a construção do Hexaedro serão necessários doze canudos iguais e fio de nylon. O primeiro passo é passar o fio dentro de quatro canudos formando um quadrado, refaça esse procedimento quatro vezes e obtenha quatro quadrados formando o cubo. Note que o cubo não possui rigidez, então pegue mais seis canudos do mesmo tamanho e com as pontas do nylon preëncha as diagonais. De acordo como mostra na figura a seguir:

Figura 22 – Construção do Hexaedro por meio de canudo

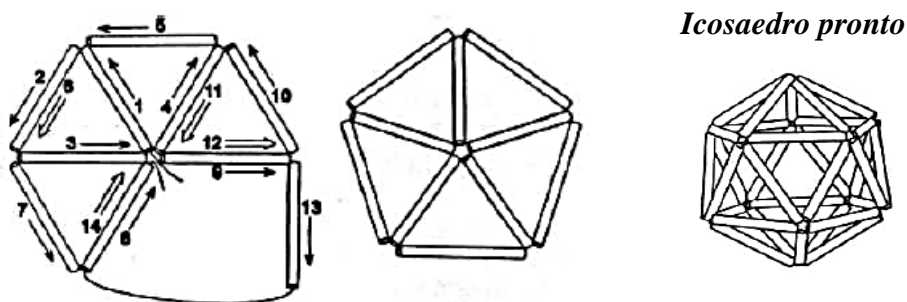


Fonte: Pereira (2011)

CONSTRUÇÃO DO ICOSAEDRO

Para construir o Icosaedro serão necessários trinta canudos iguais e fio de nylon. O primeiro passo é formar quatro triângulos formando uma pirâmide de base pentagonal por meio do canudo e o nylon. Depois refaça o mesmo procedimento obtendo outra pirâmide de base pentagonal, após juntá-las a partir dos vértices das bases fazendo com que cada vértice encontre com os cinco canudos do meio. De acordo com a figura abaixo:

Figura 23 – Construção do Icosaedro por meio de canudos



Fonte: Pereira (2011)

CONSTRUÇÃO DO DODECAEDRO

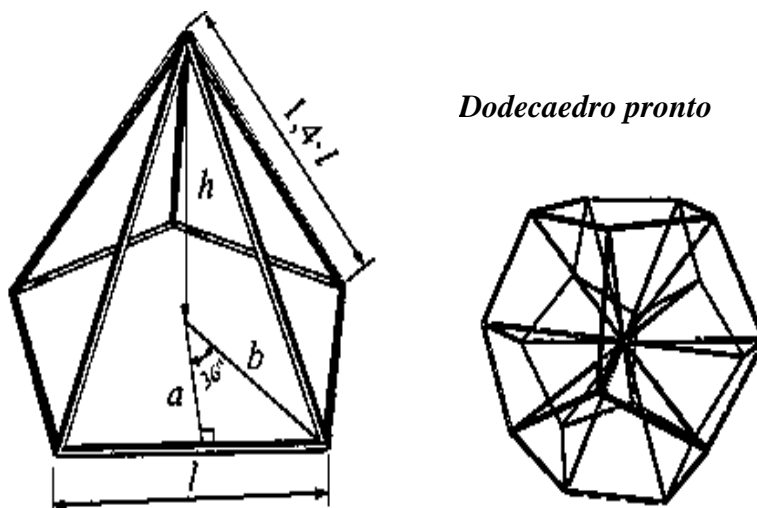
Para construirmos o Dodecaedro serão necessários 50 canudos e fio de nylon. O primeiro passo é construir uma base na forma de pentágono, para sua estrutura iremos utilizar 30 canudos e o nylon e chamaremos suas arestas de “ l ”. Para que o Dodecaedro fique firme temos que levar os vértices de cada aresta até o centro do poliedro formando uma pirâmide. Porém, essa pirâmide não é uma pirâmide qualquer, pois o Dodecaedro deve possuir 12 pentágonos iguais, logo a sua altura tem que ter um valor específico. Assim, para determinar as medidas iremos utilizar as características do pentágono no qual podemos encontrar o “ a ” apótema e o b a distância do centro do pentágono.

$$a = \frac{l}{2 \cdot \tan 36^\circ} \quad b = \frac{l}{2 \cdot \sin 36^\circ}$$

Realizando os cálculos cabíveis, podemos concluir que a altura “ h ” é dada por $h = \frac{2a+b}{2}$

Lembrando que “ l ” é o lado do pentágono, e também o comprimento dos canudos que formam as arestas. Portanto, ao utilizar o Teorema de Pitágoras, encontraremos o comprimento dos canudos que interligarão os vértices como sendo de “ $1,4 \cdot l$ ”. Assim o Dodecaedro será construído com arestas medindo 20 cm, e os canudos internos deverão medir 28 cm. Como podemos observar na figura 24⁴.

Figura 24 – Dodecaedro construído por meio de canudo

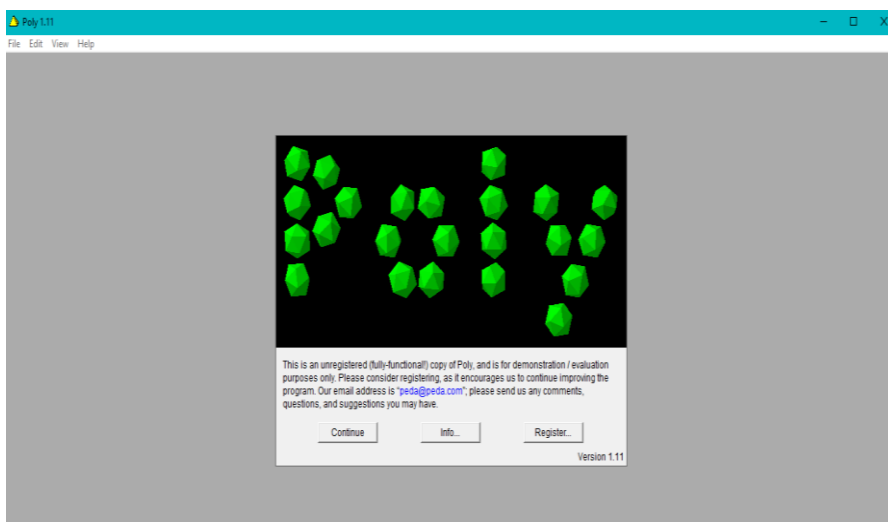


Fonte: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10314/open/file/canudos.htm?sequence=18>

⁴ Demonstração do Dodecaedro retirado do site:
<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10314/open/file/canudos.htm?sequence=18>

Após a construção dos sólidos Platônicos por meio de canudo, que tal conhecermos o software Poly?

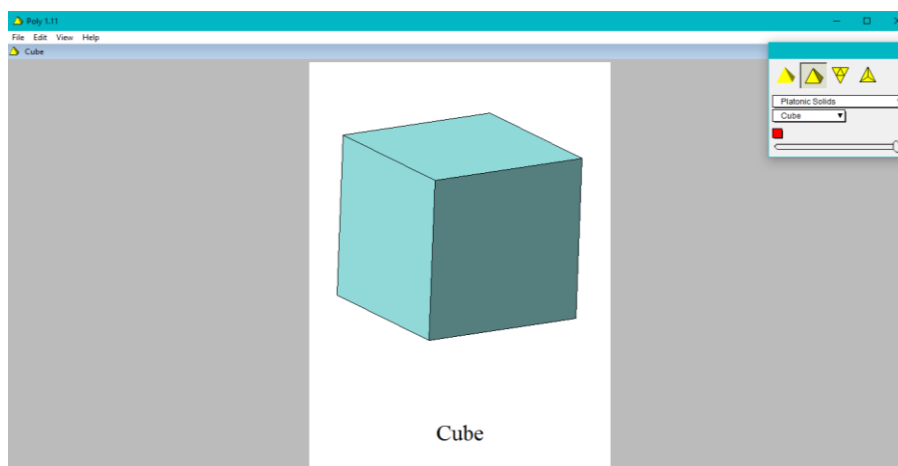
Figura 25 – A interface do Software Poly



Fonte: Elaboração própria

Apresente o software Poly⁵ que é uma ferramenta auxiliar para o ensino dos poliedros tanto Platônicos como outros também. Mostre suas ferramentas, peça aos alunos para explorarem o software, observem os poliedros como podemos observar na figura 26.

Figura 26 – Sólido em 3D por meio do Software Poly

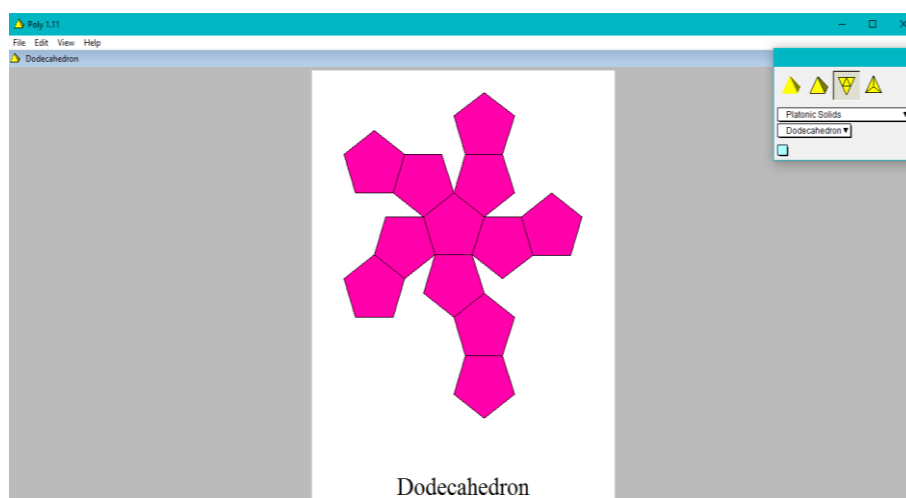


Fonte: Elaboração própria

⁵ Poly é um software que possibilita a investigação de sólidos tridimensionais como os poliedros de Platão como outros também possibilitando o manuseio dimensional como a planificação. É um software de domínio público disponibilizado por shareware, porém sua versão está em inglês e podendo ser encontrado no site: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php

Após a socialização com o software, mostre aos alunos os seus elementos componentes peça para eles manusearem de forma que o poliedro possa girar, com o giro os educandos podem visualizar e, contudo, perceber que os poliedros são tridimensionais. Peça também que clique na ferramenta de planificação do sólido, para que os alunos observem sua planificação e sobretudo notem suas arestas, faces e vértices, como podemos observar na figura 27.

Figura 27 – Sólido planificado por meio do Software Poly



Fonte: Elaboração própria

Após, faça perguntas relacionadas ao poliedro, por exemplo, qual figura bidimensional compõe a face do denominado sólido. Qual é a diferença de uma figura bidimensional para uma tridimensional? Se conseguem contar arestas, faces e vértices.

Peça que os alunos observem os poliedros construídos por meio dos canudos, e os poliedros visualizados por meio do software e pergunte se existe diferença entre os dois? Observe se os alunos conseguem verificar que ambos possuem o mesmo número de arestas, vértices e faces.

Pergunte também se o software pode contribuir de maneira satisfatória para o entendimento do conteúdo dos poliedros de Platão. Se podem visualizar o movimento, como também conseguem observar a sua planificação.

Em seguida, realize uma pequena socialização com a turma para observar o que eles acharam da aula, se a proposta atendeu o objetivo. Como eles se sentiram ao construir saberes de forma diferente do habitual, se tudo que foi proposto contribuiu de forma prazerosa e significativa para o aprender e desenvolver matemático.

PROPOSTA 3

Construindo Poliedros Regulares por meio de palitos e massa de modelar

Objetivo: Identificar e construir os poliedros regulares a partir das construções por meio do material manipulativo.

Indicação: 3º ano (Ensino Médio)

Recursos Utilizados: Palitos, massa de modelar e folha de A4.

Duração: 3 horas/aulas

Procedimentos:

Primeiro momento: Será realizado um debate acerca da vida e obra do filósofo grego Platão

Segundo momento: Construção dos sólidos regulares por meio de palitos e massa de modelar

Terceiro momento: Atividade contendo quatro questões estruturadas.

Quarto momento: Discutir acerca de tudo que foi proposto durante a atividade.

Platão, (427 a.C -347 a.C) foi um filósofo grego, discípulo de Sócrates, nascido em Atenas. Em 387

Fonte: http://files.portalconscienciapolitica.com.br/system_preview_detail/200003587-8e9a9908e7/plat%C3%A3o.png



Figura 28 - Platão

a.C, após a morte de seu mestre, fundou em sua cidade natal uma escola que ficou conhecida como “Academia”. Na fachada da escola podia se ler “Que ninguém que ignore Geometria entre aqui”. Nesta frase podemos observar que apesar de Platão não ter dado contribuição significativa aos resultados matemáticos típico da época, ele tinha uma grande admiração pela Geometria. Comumente é dito que Platão passou a ter uma visão matemática por influência de um

amigo, Arquitas. Acredita-se também que foi a partir daí que ele soube da existência dos cinco poliedros o Tetraedro, o Cubo, o Octaedro, o Icosaedro e o Dodecaedro. Nessa época, esses poliedros eram associados aos quatros elementos considerados primordiais ar associado ao Octaedro, terra associado ao Cubo, fogo associado ao Tetraedro, e a água associado ao Icosaedro. O quinto e último poliedro foi do Dodecaedro que Platão considerou o símbolo do universo.

Devido a sua importância, esses poliedros convexos são chamados de “Poliedros de Platão”. Um poliedro satisfaz simultaneamente as seguintes condições:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">➤ Todas as faces têm o mesmo número de arestas;➤ De cada vértice parte o mesmo número de arestas;➤ A Relação de Euler é válida. |
|---|

Para o início, entregue aos alunos uma folha de A4, contendo um recorte da vida e obra de Platão. Após a entrega, faça uma breve leitura juntos com os alunos e procure instigá-los e motivá-los durante a leitura. Em seguida, faça perguntas acerca do que leram, tais como:

- Quem foi Platão?
- Platão construiu uma escola chamada de “Academia”. O que é uma academia para você?
- Na fachada da Academia existia uma frase. Que frase é essa? Você teria vontade de entrar nessa escola? Se sim, qual a condição de Platão?
- Qual a contribuição de Platão para a Matemática?
- Quais são os poliedros que chamaram a atenção do filósofo grego Platão?
- Platão associou cinco poliedros aos elementos considerados primordiais, quais foram eles? E o quinto elemento, porque Platão associou ao universo?

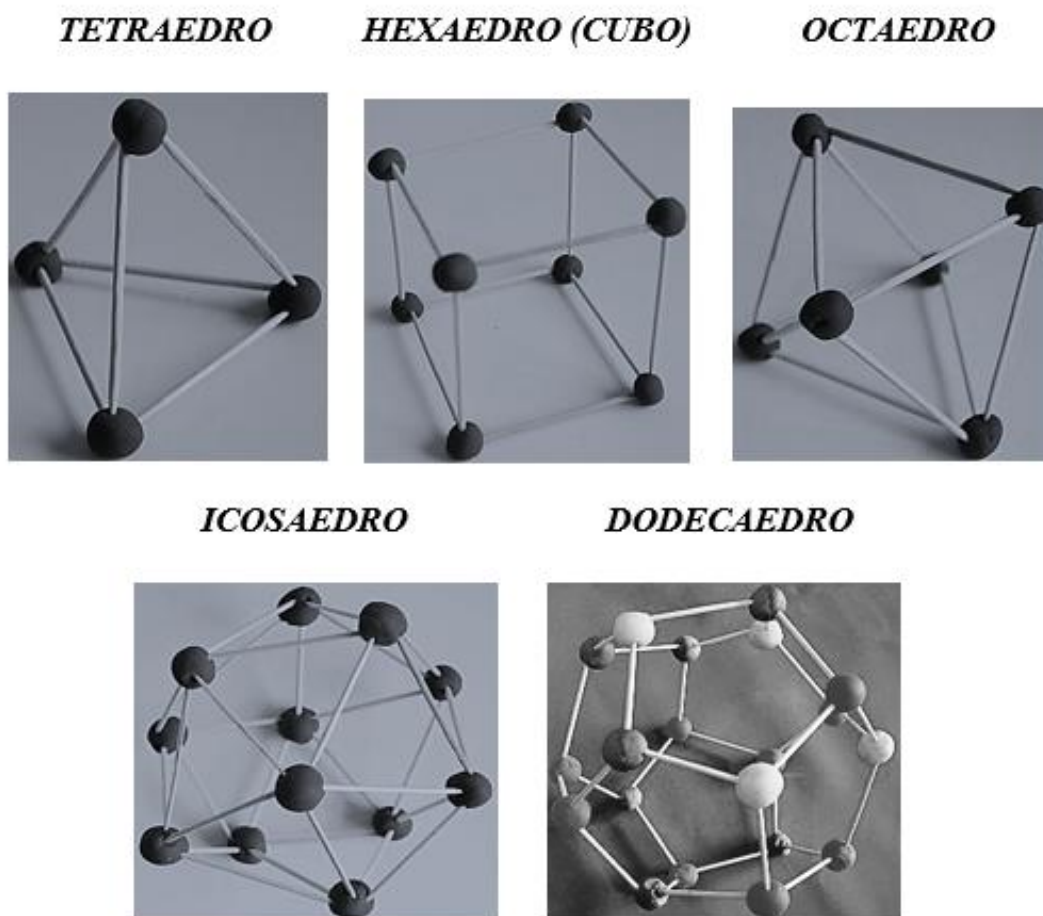
Observe que cada vez que a leitura é feita, se os alunos estão compreendendo o que está sendo questionado. Procure inserir contextos que possibilitem o entendimento e a compreensão dos alunos, tornando as aulas interativas e lúdicas no desenvolver matemático.

CONSTRUÇÃO DOS SÓLIDOS REGULARES COM PALITOS E MASSA DE MODELAR

Após a socialização realizada durante a leitura do texto, é a vez de entregar aos alunos o material suficiente para a construção dos sólidos regulares. No primeiro momento construa um poliedro de cada vez juntos com seus alunos enfatizando os seus elementos (faces, arestas e vértices).

Peça que os alunos observem as construções realizadas e faça perguntas acerca de cada poliedro. Por exemplo: qual o polígono que representa as faces do Tetraedro? Esse polígono é regular? Se sim, por quê? Quais são as propriedades e como se classificam os polígonos que compõem as faces dos poliedros? Qual é a diferença entre um poliedro e um polígono. Direcione as questões de maneira que o aluno possa manusear o sólido e, contudo, possa visualizar e compreender as propriedades de cada sólido. Desta mesma maneira faça com os outros poliedros, sempre buscando que o aluno construa o saber matemático por meio do material manipulativo.

Figura 29 – Construção dos Sólidos de Platão



Fonte: http://mathiassantanna.blogspot.com.br/2008_06_01_archive.html

Construção do Tetraedro⁶

Para construir o Tetraedro são necessários três passos. Materiais utilizados serão 6 palitos e 4 bolinhas de massa de modelar. **1º passo:** Para a construção de um triângulo equilátero encaixe duas bolinhas nas extremidades de um palito e espete um palito em cada uma dessas bolinhas. Feche o triângulo encaixando uma bolinha para unir os dois palitos com as extremidades livres. **2º Passo:** Em cada uma das três bolinhas do triângulo equilátero, espete um palito na vertical, inclinado para o interior do triângulo. **3º Passo:** Una as extremidades livres dos três palitos colocados no 2º passo com uma bolinha.

⁶ Todas as construções dos poliedros de Platão por meio de palitos e massa de modelar foram extraídas do site: http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/TCC_Fabiana.pdf.

Construção do Hexaedro (Cubo)

Para construir o Hexaedro são necessários três passos. Materiais utilizados serão 12 palitos e 8 bolinhas de massa de modelar. **1º passo:** Comece com 4 palitos e 4 bolinhas. Espete os palitos nas balas para fazer um quadrado, com uma bolinha em cada canto. **2º passo:** Espete outro palito no topo de cada bolinha, e coloque uma bolinha em cima de cada palito. **3º passo:** Ligue estas bolinhas de cima com palitos de dente para fazer um cubo. Um cubo tem um quadrado em cada lado (faces). Usa 8 bolinhas nos cantos (vértices) e 12 palitos (arestas).

Construção do Octaedro

Para construir o Octaedro são necessários três passos. Materiais utilizado serão 6 bolinhas de massa de modelar e 12 palitos. **1º Passo:** Construa uma pirâmide regular de base quadrada. **2º Passo:** Vire a pirâmide de cabeça para baixo e espete um palito no sentido vertical em cada uma das quatro bolinhas da base quadrada. **3º Passo:** Una as extremidades livres dos quatro palitos colocados no 2º passo com uma jujuba.

Construção do Dodecaedro

Para construir o Dodecaedro são necessários seis passos. Materiais utilizados serão 20 bolinhas de massa de modelar e 15 palitos cortados ao meio (total de 30 palitinhos). **1º Passo:** Construção de um pentágono regular. Para isso, una cinco palitos com cinco bolinha, formando um pentágono. **2º Passo:** Em cada uma das cinco bolinhas do pentágono espete um palito levemente inclinado para fora do mesmo. **3º Passo:** Encaixe uma bolinha em cada extremidade livre dos cinco palitos. **4º Passo:** Em cada uma das novas bolinhas, espete dois palitos em formato de "V" levemente inclinados para dentro. Una cada dois palitos com uma bolinha. **5º Passo:** Espete em cada jujuba um palito e encaixe uma nova jujuba na extremidade livre do mesmo. **6º Passo:** Una as cinco novas jujubas com palitos formando um pentágono paralelo ao primeiro pentágono.

Construção do Icosaedro

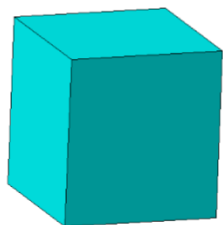
Para construir o Icosaedro são necessários três passos. Materiais utilizados serão 12 bolinhas de massa de modelar e 30 palitos. **1º Passo:** Construa um pentágono regular. **2º Passo:** Em cada uma das cinco bolinhas do pentágono espete um palito. **3º Passo:** Una as extremidades livres dos cinco palitos com uma bolinha. **4º Passo:** Vire a pirâmide de cabeça para baixo e espete dois palitos em cada bolinha do pentágono da base formando um "V". **5º Passo:** Construa separadamente outra pirâmide regular de base pentagonal e ligue-a à outra construção, de forma que cada bolinha da nova pirâmide seja encaixada em dois palitos.

O intuito desta atividade é construir saberes a partir do pensar, compreender e sobretudo fazer matemática por meio do material utilizado em sala de aula. Desta forma, o professor estará instigando, motivando e sobretudo fazendo com que seus alunos compreendam de forma interativa e lúdica.

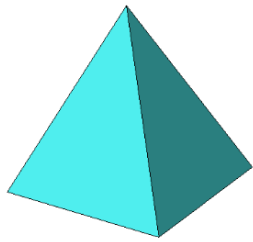
Terceiro momento: Peça aos alunos para realizar as atividades seguintes, utilizando os poliedros construídos para fins de visualização.

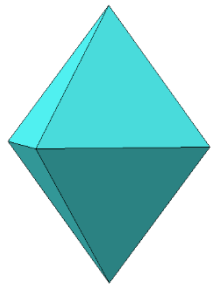
- 1- Observe os poliedros que você acabou de construir e responda:
 - a) Esse poliedro é regular? Justifique.
 - b) De acordo com a sua observação, qual polígono compõe a face desse poliedro?
 - c) Esses polígonos são congruentes? Justifique.
 - d) Determine o número de faces, arestas e vértices desse poliedro.
 - e) A Relação de Euler é válida para este poliedro? Justifique.

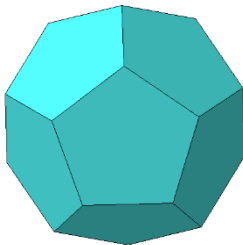
- 2- Nomeie cada poliedro, sabendo que suas faces são compostas de polígonos regulares⁷.

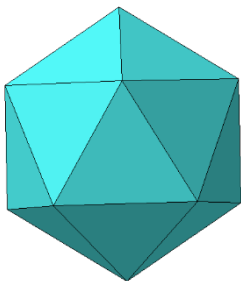


⁷ As figuras da questão 2 foram elaboradas a partir do software Poly









- 3- Responda com suas palavras qual o significado de cada um dos itens abaixo.
- a) Para você o que significa Poli?
 - b) Para você o que significa palavra Edro.
 - c) Fazendo a junção de poli + edro = Poliedro. O que para você significa a palavra Poliedro?
- 4- Sabemos da existência dos cinco poliedros de Platão o Tetraedro, o Hexaedro, o Octaedro, o Dodecaedro e o Icosaedro. Pense e reflita sobre o significado de cada prefixo que compõe o nome dos poliedros.
- Tetra _____
- Hexa _____

Octa_____

Dode_____

Icosa_____

5- Para que um poliedro seja regular são necessárias três condições. Assinale as alternativas entre (V) verdadeira e (F) falsa:

- I- Todo poliedro é convexo; ()
- II- Todo poliedro possui o mesmo número de aresta; ()
- III- A Relação de Euler é válida; ()
- IV- Vértice concorre com o mesmo número de aresta; ()
- V- Toda face possuir o mesmo número de aresta; ()

PROPOSTA 4

Conhecendo os Poliedros Regulares por meio de charadas

Objetivo: Identificar e nomear os poliedros regulares a partir das atividades propostas.

Indicação: 3º ano (Ensino Médio)

Recursos Utilizados: folha de A4, e papel de origami (opcional).

Duração: 6 horas/aulas

Procedimentos:

A contribuição do filósofo Platão no estudo dos poliedros foi além das representações geométricas. Isso porque em meados do século VI antes de Cristo o estudioso relacionou essas formas a elementos constituintes da natureza terrestre. O Tetraedro = fogo, o Hexaedro (cubo) = terra, o Octaedro = ar, o Dodecaedro = universo, e o Icosaedro = água. No universo dos poliedros, existem inúmeras representações geométricas dos mais variados tipos e formatos. Entretanto, somente cinco dessas figuras são consideradas como poliedros de Platão. Isso se dá em decorrência de somente tais corpos possuírem suas faces com a mesma quantidade de arestas, em que todos os ângulos poliédricos são dotados do mesmo número de arestas e se enquadram na relação de Euler. Associada à relação de dependência entre os elementos de um poliedro, a fórmula de Euler nada mais é do que uma expressão matemática formulada a partir dos estudos do matemático suíço Leonhard Euler (1707–1783). Tal fórmula foi desenvolvida por Euler em 14 de novembro de 1750, e constitui-se da seguinte maneira: $V - A + F = 2$.

$$V = \text{vértice} \quad A = \text{arestas} \quad F = \text{faces}$$

A expressão de Euler serve como fator determinante do número de faces, arestas e vértices de qualquer forma geométrica que constitua algum tipo de poliedro.

Fonte: <http://www.estudofacil.com.br/poliedros-platao-euler-e-as-associacoes-dos-poliedros/>

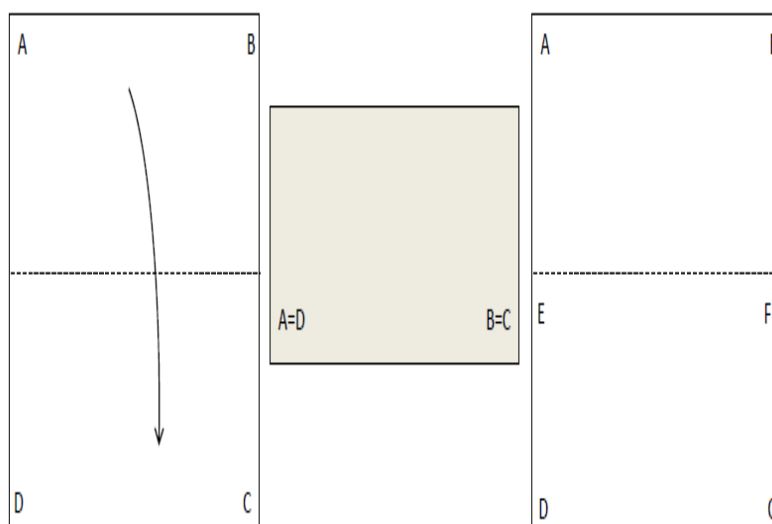
- No **primeiro momento** peça que os alunos façam um círculo em volta da sala e entregue a cada aluno uma folha contendo este recorte do texto acima. Em seguida explore o recorte de forma de uma conversa dialogada, fazendo o aluno refletir sobre o que se leu, como também sobre a contribuição dos matemáticos Platão e Leonhard Euler para a matemática.
- O **segundo momento** será feito uma construção por meio do Origami. Entregue aos alunos papel em formato quadrangular (papel de origami), ou se preferir construa o quadrado com seus alunos por meio da folha de A4.

Agora que tal construirmos o Hexaedro por meio do Origami?⁸

Para a construção do Hexaedro iremos realizar sete passos para construir o módulo. Daí segue:

O **primeiro passo:** em uma folha quadrada ABCD. Dobre-a ao meio, fazendo coincidir os lados AB e CD. Marque o ponto E, intersecção entre a dobra e o lado AD e o ponto F, intersecção entre a dobra e o lado BC.

Figura 30 – Dobras de papel

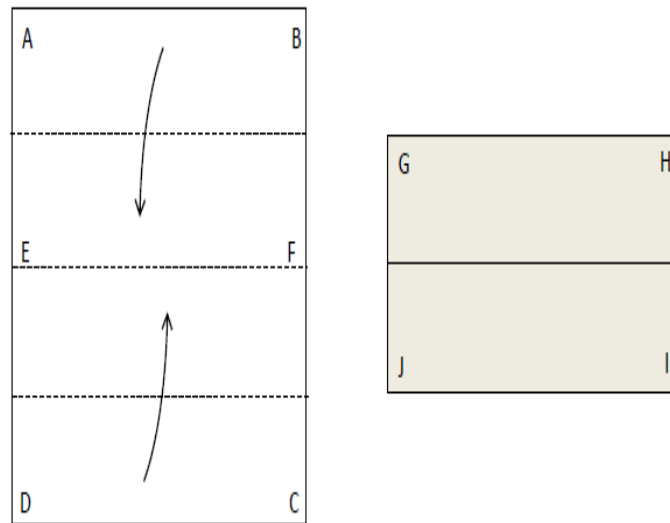


Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **segundo passo:** dobre unindo os lados AB e EF, e outra unindo os lados CD e EF. Nomeie o retângulo obtido como GHIJ.

⁸ Toda construção dos poliedros por meio do origami foi extraída do site: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>. Acessado em 09 de Nov.de 2016

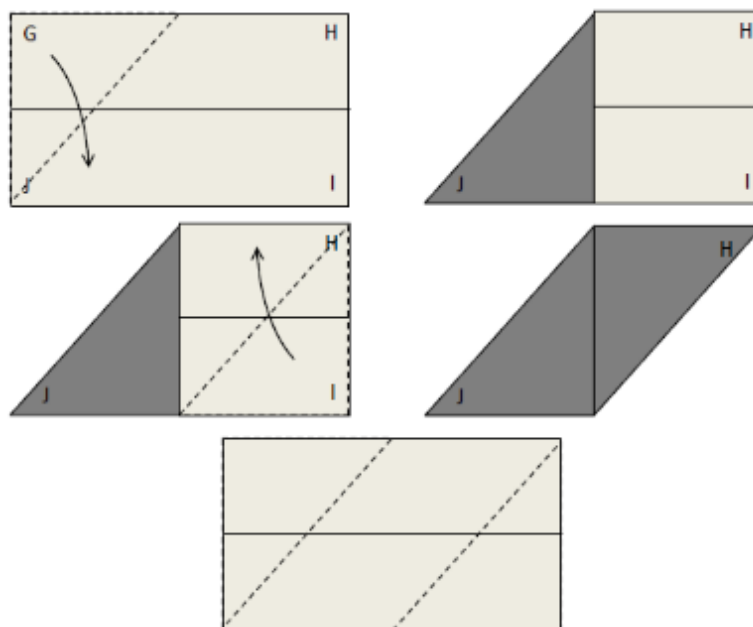
Figura 31 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **terceiro passo**: Leve o vértice G ao lado IJ e o vértice H até GH. Formam os um paralelogramo. Desdobre.

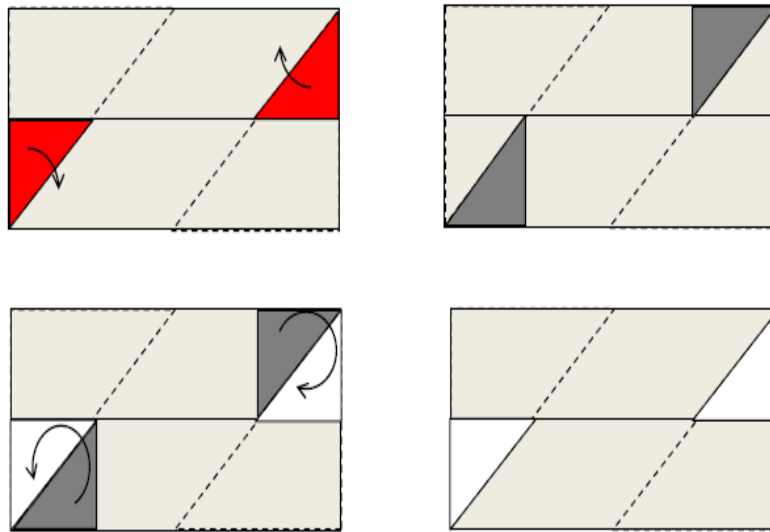
Figura 32 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **quarto passo**: continuando os procedimentos dobre os dois triângulos retângulo destacado sem vermelho, colocando-os para dentro.

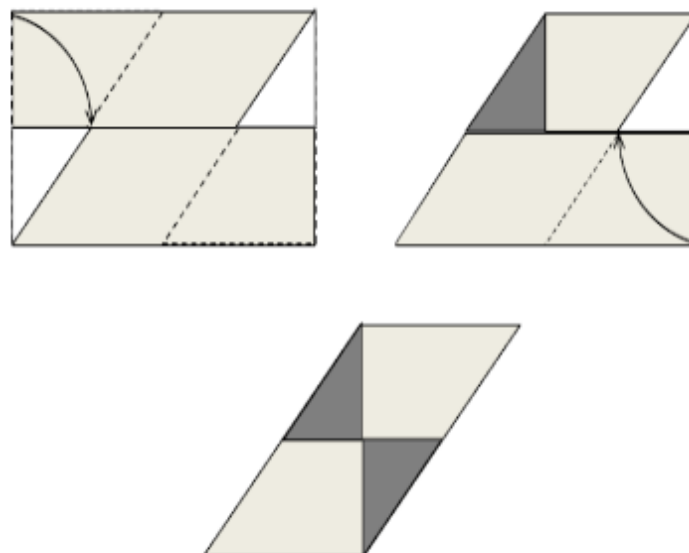
Figura 33 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **quinto passo:** Proceda conforme o passo 3, mas de forma a colocar o vértice superior esquerdo dentro da parte inferior da peça e o vértice inferior direito dentro da parte superior da peça.

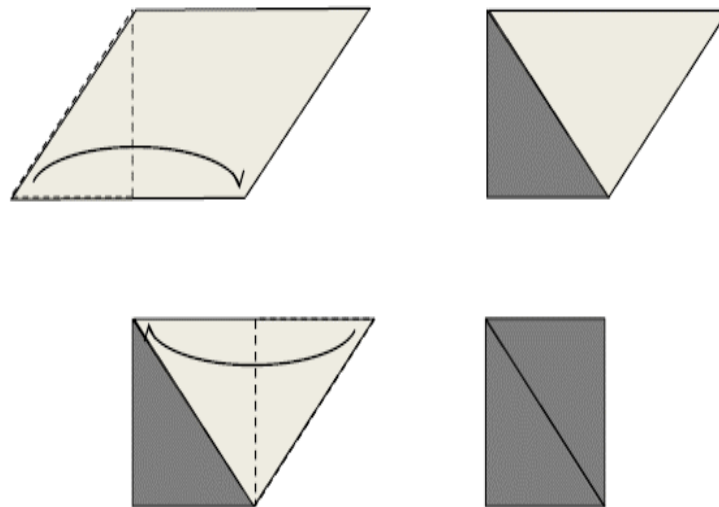
Figura 34 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **sexto passo:** Vire a peça. Faça uma dobra de modo que os dois vértices da base do paralelogramo coincidam. Faça o mesmo com os vértices superiores.

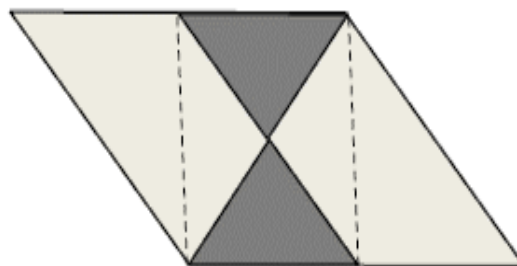
Figura 35 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **sétimo passo**: Desfaça o último passo e vire a peça.

Figura 36 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

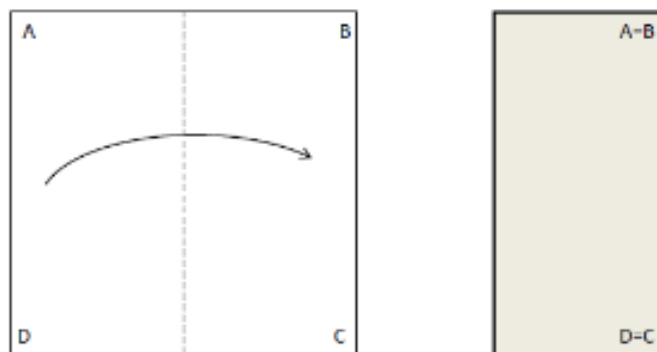
Para a construção o Hexaedro serão necessários seis módulos. Após faça o encaixamento das peças.

Para a construção do Tetraedro, Octaedro e Icosaedro, será realizado seis passos para construir um módulo triangular. Desta forma utilizaremos o mesmo passos para os três poliedros. O que irá diferenciar será o módulo de encaixe.

Construção do Tetraedro, Octaedro e Icosaedro

O **Primeiro passo:** em uma folha quadrada ABCD. Dobre-a ao meio, fazendo coincidir os lados AD e BC. Desdobre. Obtém-se a mediatriz dos segmentos AB e CD.

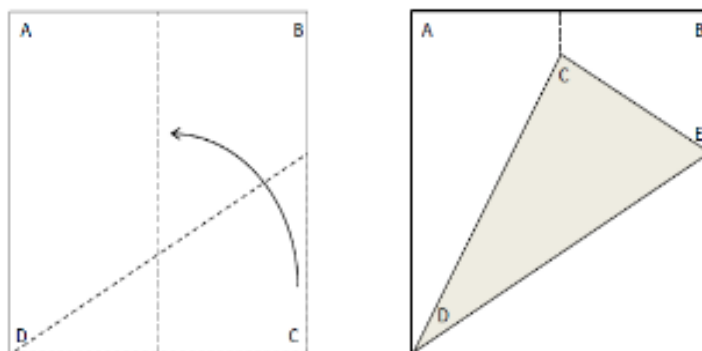
Figura 37 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Segundo passo:** Leve o vértice C à dobra obtida anteriormente. Marque o ponto “E”, intersecção entre a dobra e o lado BC.

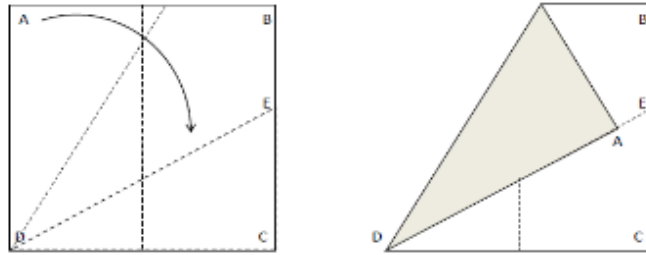
Figura 38 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Terceiro passo:** Encontre, através de dobradura, a bissetriz do ângulo ADE.

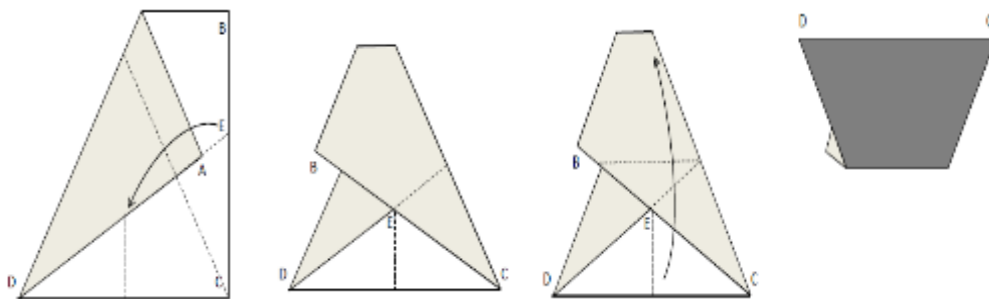
Figura 39 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O Quarto passo: Faça uma dobra levando o ponto E até a primeira dobra. Dobre conforme a figura 40.

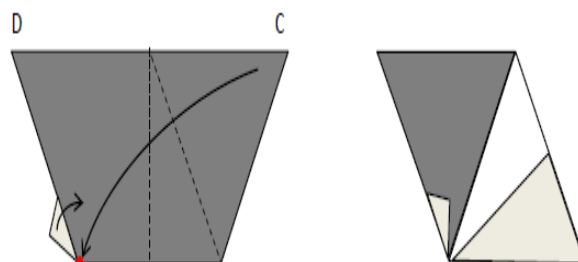
Figura 40 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O quinto passo: Leve o vértice C ao ponto indicado. Dobre a aba do canto esquerdo.

Figura 41 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O Sexto passo: Dobre conforme a figura.

Figura 42 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

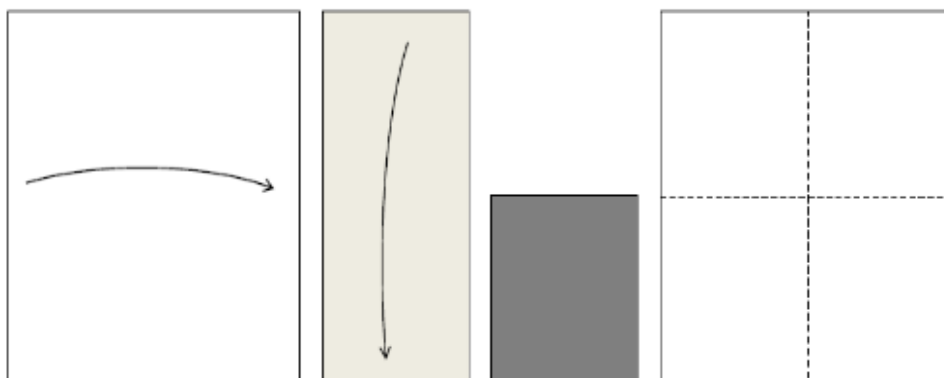
Agora iremos construir o módulo de encaixe dos poliedros

Para construir os poliedros com origami serão necessários módulos de encaixe. Daí para construir o Tetraedro você precisa construir fazer quatro módulos triangulares. Para construir o Octaedro serão necessários doze módulos triangulares. E para construir o Icosaedro serão necessários trinta módulos triangulares.

Construção dos módulos triangulares

O **primeiro passo:** A partir de um quadrado de mesmo tamanho do usado no módulo anterior. Divida-o em quatro partes iguais.

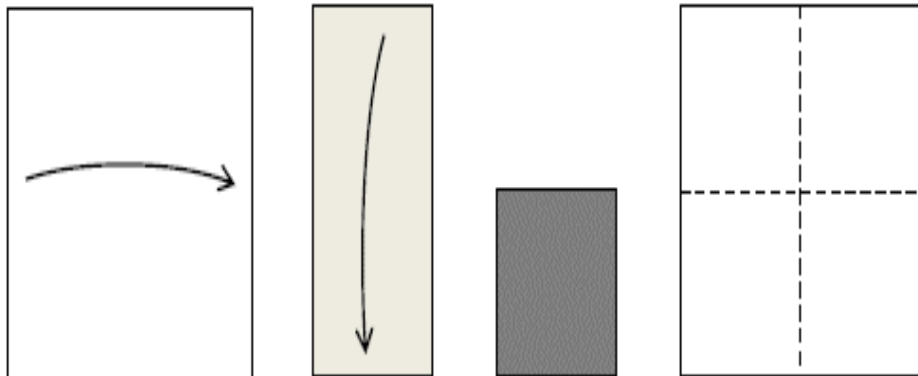
Figura 43 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Segundo passo:** Recorte e pegue uma destas partes. Proceda conforme o passo 1 com este quadrado.

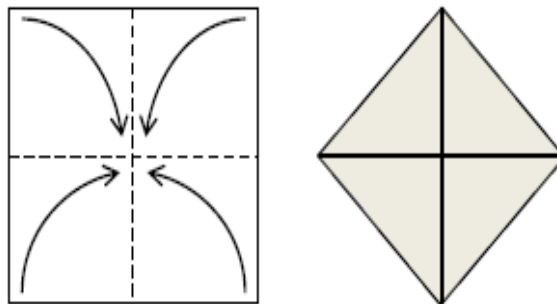
Figura 44 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O Terceiro passo: Leve os quatro vértices do quadrado ao centro (intersecção entre as dobras feitas).

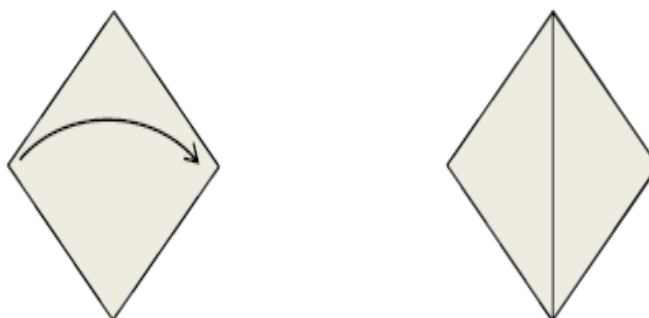
Figura 45 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O quarto passo: Vire e dobre ao meio.

Figura 46 – Dobras de papel



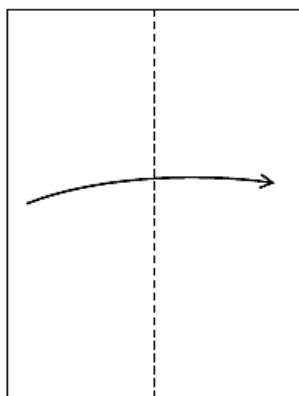
Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

Após a construção dos módulos, agora é só encaixar. Para construir o Dodecaedro serão necessários nove passos.

Construção do Dodecaedro

O Primeiro passo: em uma folha retangular ABCD, com AB e $CD = 1$, AD e $BC = 2$. Dobre-a ao meio.

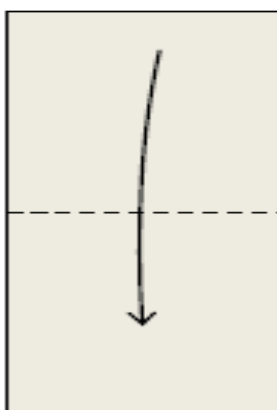
Figura 47 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O Segundo passo: Dobre-a ao meio novamente. Obtém-se as duas mediatrizes.

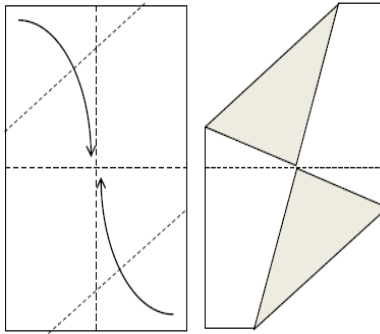
Figura 48 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O terceiro passo: Dobre os vértices superior esquerdo e inferior direito ao centro da folha.

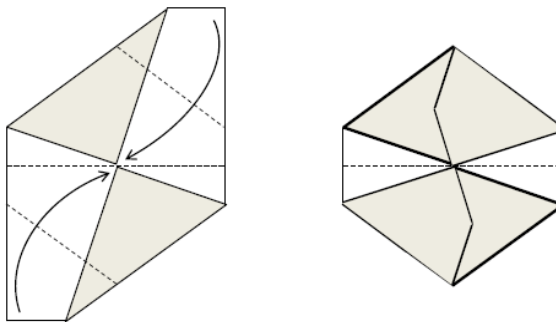
Figura 49 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **quarto passo:** Proceda conforme o passo anterior, com os outros dois vértices.

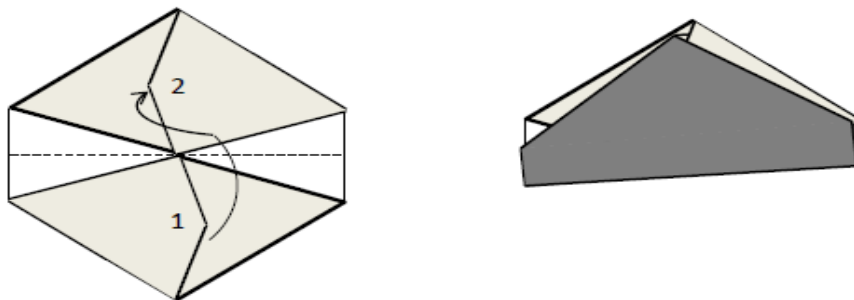
Figura 50 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **quinto passo:** Dobre ao meio encaixando a parte 1 por baixo da parte 2.

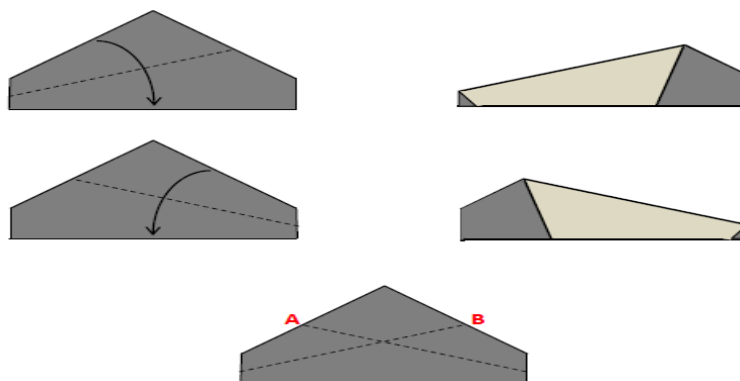
Figura 51 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Sexto passo:** Dobre conforme a figura.

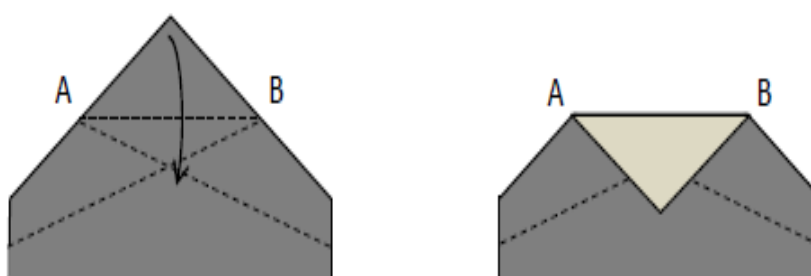
Figura 52 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **sétimo passo:** Faça uma dobra que passe pelos pontos A e B.

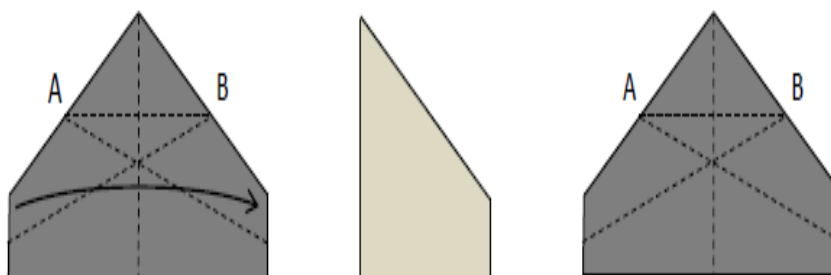
Figura 53 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Oitavo passo:** Dobre a peça ao meio. Depois desdobre

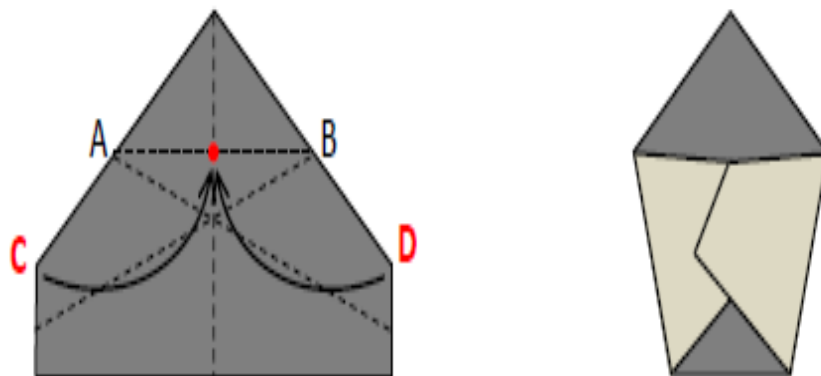
Figura 54 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

O **Nono passo**: Leve C e D ao ponto indicado

Figura 55 – Dobras de papel



Fonte: <http://www.im.ufal.br/evento/bsbm/download/oficina/mategami.pdf>

Pronto, construímos um pentágono. Agora refaça esse procedimento até construir doze módulos e depois encaixe formando um Dodecaedro.

Na construção, faça pergunta em relação as dobras. Por exemplo quando se dobra ao meio qual figura geométrica aparece? Daí você pode perguntar suas propriedades e assim por diante. Use sua criatividade professor.

➤ O **terceiro momento** será feita uma brincadeira com charadas. O professor irá dividir a turma em grupos, e cada grupo ficara com sua denominada charada para descobrir qual poliedro corresponde a sua charada. Após o grupo descobrir, terá que socializar com os demais explicando seus elementos.⁹

Charada 1 - Sou o poliedro regular mais conhecido, nos cassinos do mundo todo sou muito utilizado. Possuo 8 vértices, 12 arestas e minhas faces são quadrangulares. Quem sou eu?

Resposta: (Hexaedro)

Charada 2 - Fui um poliedro regular muito utilizado por povos da antiguidade a mais de dois mil anos e por isso sou conhecido até hoje. Possuo 4 vértices, 6 arestas e faces triangulares...Quem sou eu?

⁹ Atividade adaptada do site: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=7112>

Resposta: (Tetraedro)

Charada 3 - Sou um poliedro regular, mas não sou muito conhecido. Possuo 6 vértices, 12 arestas e minhas faces são triangulares. Para saber o número de faces que possuo multiplique o quarto número natural por dois...Quem sou eu?

Resposta: (Octaedro)

Charada 4 - Sou um poliedro regular muito difícil de ser feito, porém muito bonito. Sou o que possuo o maior número de faces além de 12 vértices e 30 arestas...Quem sou eu?

Resposta: (Icosaedro)

Charada 5 -Fui associado ao universo, assim para me construir debes possuir muita paciência, pois possuo 20 vértices e 30 arestas...Quem sou eu?

Resposta: (Dodecaedro).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo elaborar e discutir uma sequência didática que apresentasse os Poliedros de Platão por via da história da Matemática.

Para tal, nos propusemos a selecionar os livros didáticos de Ensino Médio, utilizados no município de Rio Tinto e aprovados no PNLD, que abordassem o conteúdo relacionado aos Poliedros de Platão, a fim de verificar se o referido conteúdo era abordado via história da Matemática. Essa proposta nos levou a responder uma das questões de nossa pesquisa, a saber: O conteúdo Sólidos de Platão é apresentado nos livros didáticos via história da Matemática? Concluímos em nossa análise que a história da Matemática é pouco abordada no livro didático analisado, restringindo-se somente a mostrar alguns momentos “curiosidades” sobre a vida de matemáticos famosos.

A partir dessa constatação e considerando, ainda, que o livro didático é o material mais utilizado pelo professor em sala de aula, ratificamos a necessidade de elaborar um material direcionado ao professor de Matemática que pudesse suprir a lacuna verificada na primeira etapa dessa pesquisa.

Dessa forma, iniciamos um processo de consultas em livros, sites e revistas a fim de subsidiar bibliograficamente a nossa proposta do caderno de Atividades. Mas não queríamos somente apresentar o conteúdo Sólidos de Platão restrito à história da Matemática. Tínhamos como objetivo também apresentar a História da Matemática em conjunto com outras perspectivas metodológicas para o ensino de Matemática, tais como: materiais concretos, tecnologias e softwares, pois partimos do pressuposto que nenhuma perspectiva metodológica esgota-se em si mesma.

Ao pesquisarmos nossas fontes bibliográficas, elaborarmos as atividades e apresentarmos como essas atividades poderiam ser exploradas em sala de aula pelo professor de Matemática, também conseguimos responder a nossa segunda questão de pesquisa, que buscava saber se era possível construir um Caderno de atividades para o professor de Matemática, utilizando a história da Matemática no ensino dos Poliedros de Platão. Concluímos que era possível e, ainda, que a história da Matemática poderia dialogar com outras estratégias metodológicas de ensino. Dessa forma, conseguimos responder, positivamente, a nossa terceira questão de pesquisa.

Acreditamos que com o uso do Caderno de Atividades elaborado e apresentado nesse trabalho, o professor poderá promover aulas interativas, produtivas, prazerosas e sobretudo, satisfatórias. Neste sentido, acreditamos que se o educador propuser aulas diferentes do habitual,

observará que os educandos poderão ficar mais motivados e interessados nos conteúdos matemáticos, pois as atividades propostas apresentam a matemática de uma maneira lúdica.

Além disso, enfatizamos nessa etapa final da pesquisa a necessidade de o professor de Matemática ter uma visão crítica acerca do livro didático e perceber que nem sempre o livro didático irá dar conta de apresentar as possibilidades que um conteúdo para ser abordado em sala de aula. Daí a necessidade de o professor elaborar outras atividades como foi apresentado neste trabalho, que sugere uma forma de trabalhar o conteúdo de poliedros de Platão, via história da Matemática, conjuntamente com outras metodologias.

Vale salientar que, nesse trabalho, não tivemos como objetivo validar as propostas de atividades em sala de aula, mas, sinalizamos que pesquisas futuras poderão fazê-lo. Assim, essa pesquisa poderá desencadear outras pesquisas, sejam elas feitas por nós ou por pesquisadores que tiverem acesso a esse trabalho. Acreditamos ser importante validar as atividades propostas nesse trabalho em cursos de formação com professores, para que os sujeitos possam avaliar aquilo que propusemos. Também acreditamos ser válido que essas atividades sejam trabalhadas em sala de aula do Ensino Médio para os alunos possam ter acesso a um modelo diferenciado de apresentação dos Poliedros de Platão e, ainda, para que o professor possa averiguar o potencial das atividades por nós elaboradas.

REFERÊNCIAS

- BICALHO, J, B, S. 1977 - **Um estudo sobre poliedros e atividades para o ensino de matemática: geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica** / Jossara Brazílio Bicalho. – Viçosa, MG, 2013. 68 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa.
- BOYER, C, B. **História da matemática** / Carl B. Boyer; prefácio de Isaac Asimov; revista por Uta C. Merzbach: tradução de Elza F. Gomide. – 3. ed. – São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>. Acesso em 30 Nov. 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica**. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/>. Acesso em 30 Nov. 2016.
- BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação Básica, Brasília: MEC/SEB, 2008.
- CARNEIRO, M, H, S.; SANTOS, W. L. P.; MÓL, G, S. **Livro Didático inovador e professores: uma tensão a ser vencida**. Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências, V. 7, N. 2, dez 2005.
- CORRÊA, R, L, T. **O livro escolar como fonte de pesquisa em História da Educação**. In: Cadernos Cedes, ano XIX, nº 52, p.11 – 24, Campinas, 2000fg.
- D Ambrosio, U. **A História da Matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexivas na educação matemática**. In: BICUDO. M.A.V.(Org.) Pesquisa em Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999 (Seminário & Debates).
- DIAS, G, F. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal** / Graciana Ferreira Dias. – Natal, RN, 2014. 189 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Educação.
- Gil, A, C. 1946 - **Como elaborar projetos de pesquisa**/Antônio Carlos Gil. - 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002.
- Guia de livros didáticos: **PNLD 2015: matemática: ensino médio**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.
- JANKVIST, Uff Thomas. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. In: **Educational Studies in Mathematics**. Published online on January 21st 2009.
- JANUARIO, G. **Materiais Manipuláveis: mediadores na (re)construção de significados matemáticos** / Gilberto Januario. Monografia (Especialização) – CEPPE – Universidade Guarulhos, 2008. Orientadora: Profª Ms. Ana Maria Maceira Pires Guarulhos: 2008.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

MARTINS, T. D; GOLDONI. V. **Descobrimos os poliedros de Platão.** P. 406, maio 2010. Disponível no site: <http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/minicursos/descobrimosopoliedros.pdf>. Acessado em 13 Nov. 2016.

MENDES, I, A. **A história como um agente de cognição na educação matemática** / Iran Abreu Mendes, John A. Fossa e Juan E. Nápoles Valdés. – Porto Alegre: Sulina 2006.

MENDES, I, A. **Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática.** Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal (RN), 2001. 207p.

MIALICH, F, R. **Poliedros e Teorema de Euler.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. São José do Rio Preto, 2013.79 f.

MOTTA, C, D, V, B. **Resumo: o papel psicológico da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem..** In: SIMPOSIO INTERNACIONAL DO ADOLESCENTE, 2., 2005, São Paulo. **Proceedings online...** Available from: <http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=MSC0000000082005000200056&lng=en&nrm=abn>. Acesso em 12 Nov. 2016.

NÚÑEZ, I, B; RAMALHO, B, L; SILVA, I, K. P.; CAMPOS, A, P, N. **A Seleção dos Livros Didáticos: um saber necessário ao professor. O caso do ensino de ciências.** Disponível em: <http://www.rieoei.org/deloslectores/427Beltran.pdf>. Acesso em 09 Nov. 2016.

ROMANATTO, M, C. **A noção de número natural em livros didáticos de matemática: comparações entre textos tradicionais e modernos.** Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Paulo, São Carlos – SP, 2009.

SANTOS, W, L; CARNEIRO, M, H, S. **Livro Didático de Ciências: Fonte de informação ou apostila de exercícios.** In: Contexto e Educação: Ano 21. Julho/dezembro, Ijuí: Editora Unijuí. 2006. SEBASTIANI FERREIRA, E. **O uso da História da Matemática em sala de aula.** Rio de Janeiro: IEM/USU, 1998.

SOUZA, J, R, de. **Novo olhar matemática: 3** / Joamir Roberto de Souza. -2 ed. –São Paulo: FTD, 2013.

TZANAKIS, Constantinos; ARCAVI, Abraham. Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. (Org.). **History in Mathematics Education: the ICMI study.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.